Evropský sociální fond
Investujeme do vaší budoucnosti

Historie matematiky a informatiky

Počátky matematiky a informatiky v antice 1

Doc. RNDr. Alena Šolcová, Ph.D.
Katedra aplikované matematiky
FIT ČVUT v Praze

Počátky informatiky v antice

Antické období

- Rozvoj od 5. stol. př. n. l. k římské říši.
- Objevy Řeků: ozubená kola, šroub, rotační mlýny, šroubové lisy, vodní hodiny, vodní varhany, torzní katapult a použití páry pro různé experimentální stroje a hračky.
- Materiál: kromě jiného používali bronz.

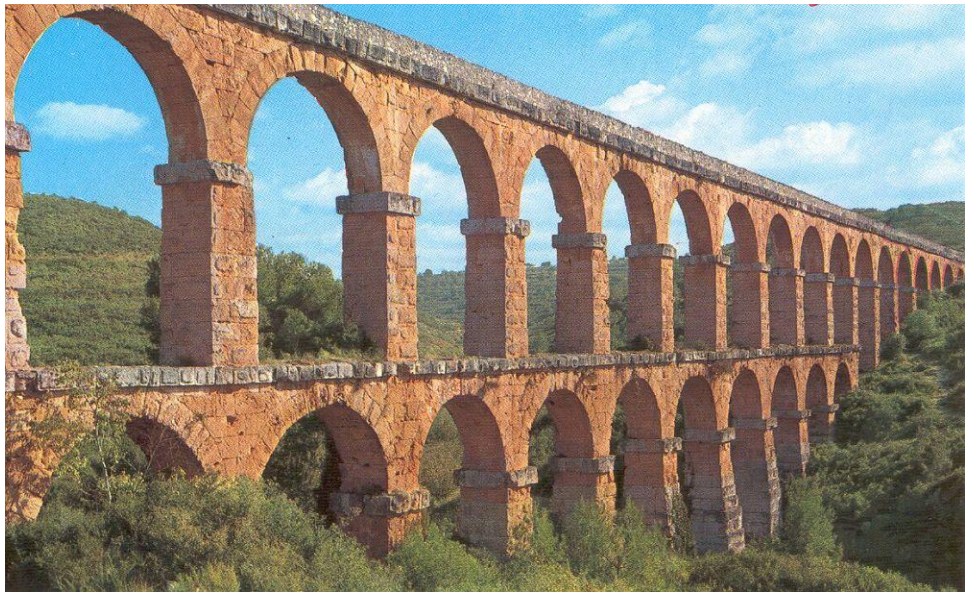
Řecké objevy

- Hodně objevů v pozdním řeckém období bylo inspirováno zhotovováním zbraní a zdokonalováním umění taktiky ve válce.
- Mírové užití: raný objev vodního mlýnu, též rozvíjeli Římané
- Rozvoj námořnictví a matematických metod,
- Významní objevitelé: Archimédés a

  Héron z Akexandrie.

Vodní technologie

- Konstrukce akvaduktů
- Fontány



Silnice a cesty, asi 400 př. n. l.

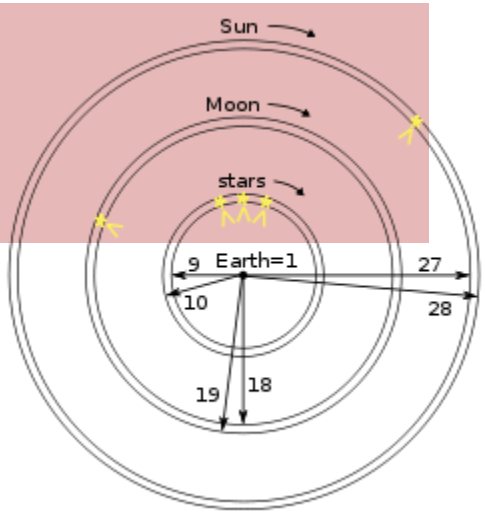
Příklad: Porta Rosa

(4. – 3. st. př. n. l.)

Hlavní silnice v Eleji (Itálie).

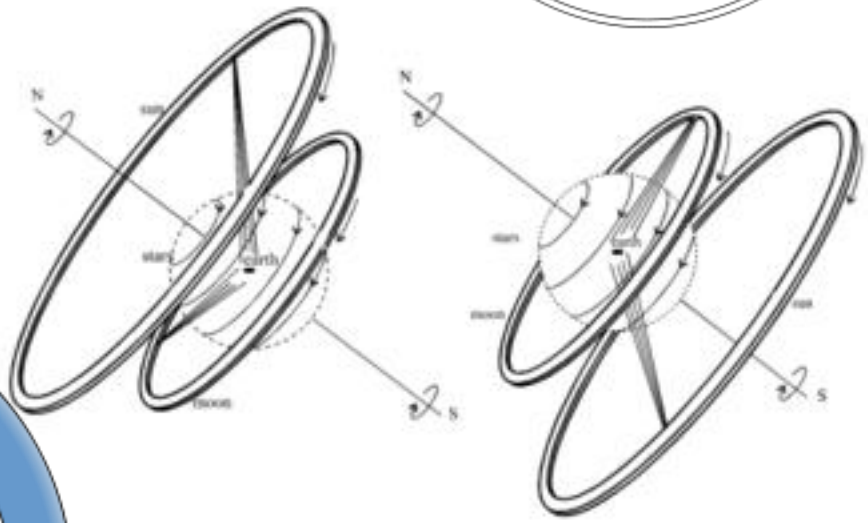
- Spojuje sever s jihem.
- Silnice je 5 metrů široká a má sklon18 % .
- Drenáž pro děšťovou vodu

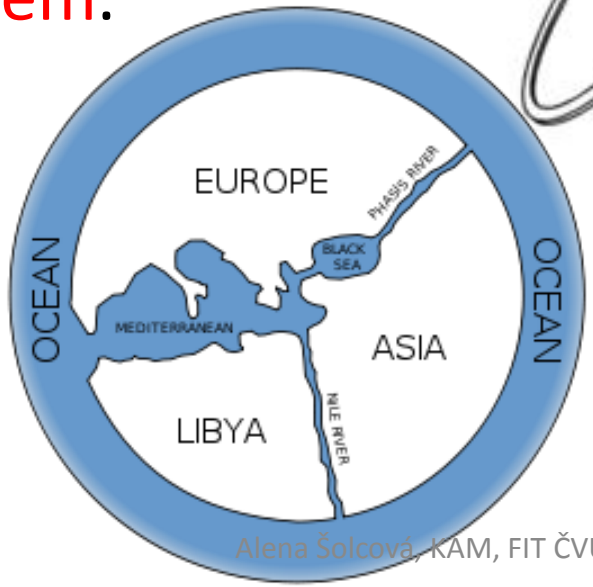
Kartografie

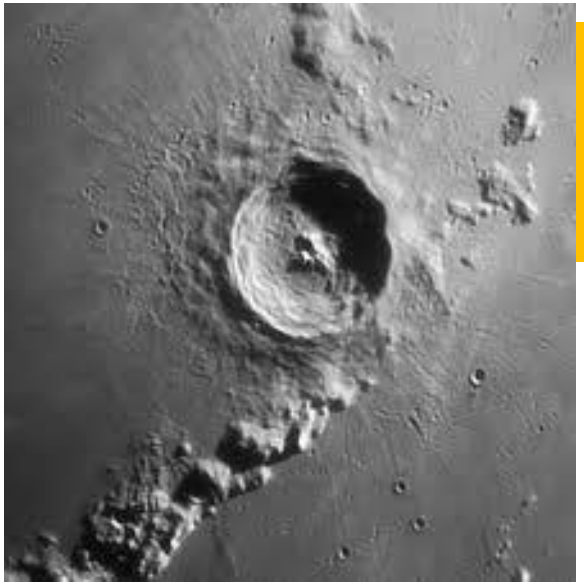


- Asi 600 př. .n. l.

- široce rozšířené spojení zeměpisné mapy, která byla vytvořená Anaximandrem.

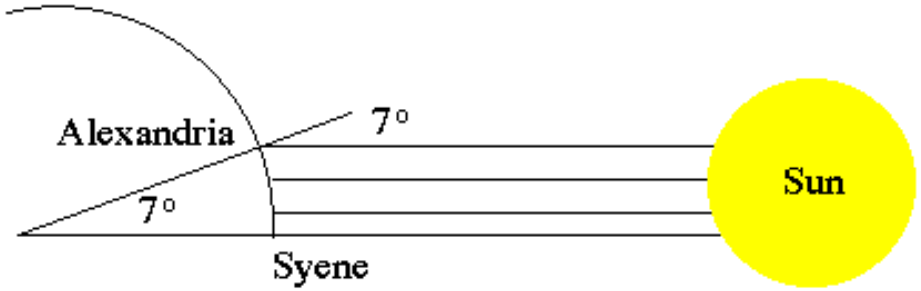






Eratosthenes

Eratosthenes

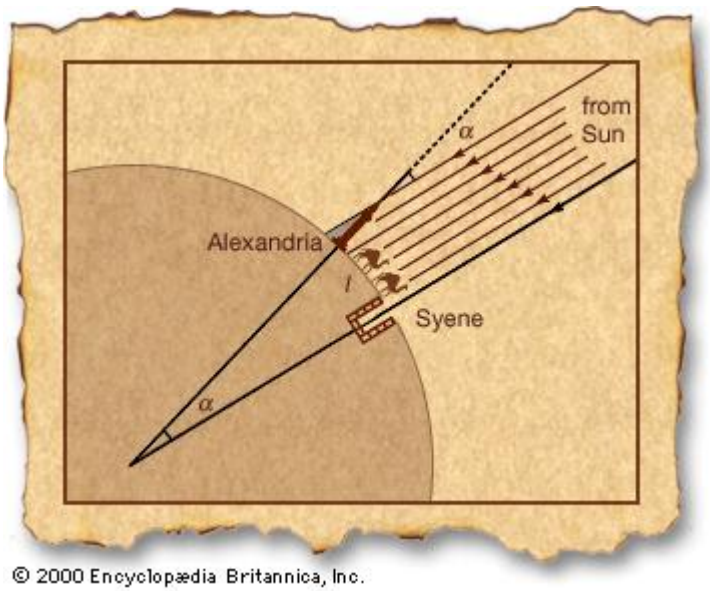


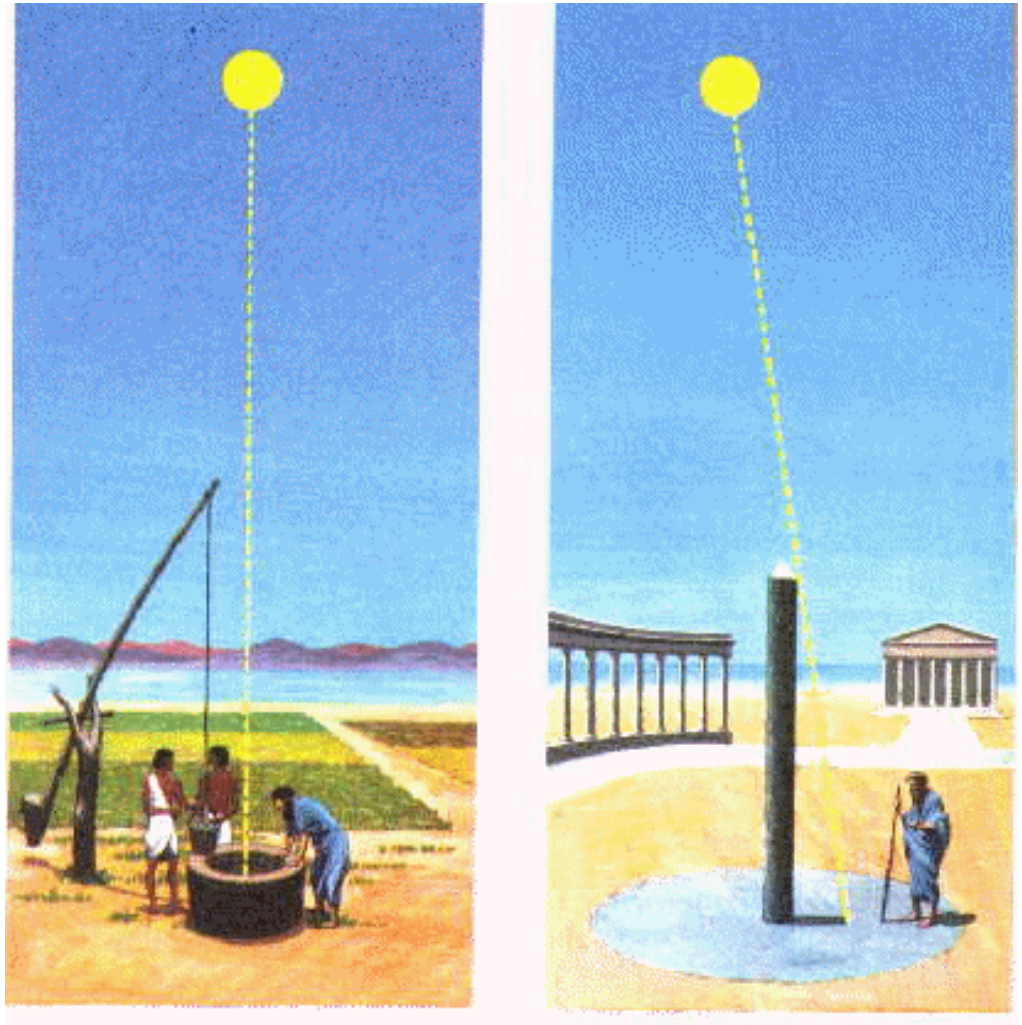
the distance from Alexandria to Syene was 4900 stadia, so the ratio of that distance to the circumference of the Earth, C is given by:

$$\frac{C}{4900 \text{ stadia}} = \frac{360^\circ}{7^\circ}$$

therefore, C = 252,000 stadia (1 stadia = 0.16 km)
= 40,320 km (textbook gives circumference of Earth as 40,030 km)

Jak měřili?


from
Sun
α
Alexandria
l
Syene
α
© 2000 Encyclopædia Britannica, Inc.



Ératosthenovo síto

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Jeřáb

- Asi 515 př. n. l.
- Práci šetřící zařízení

pro konstrukce a stavby.

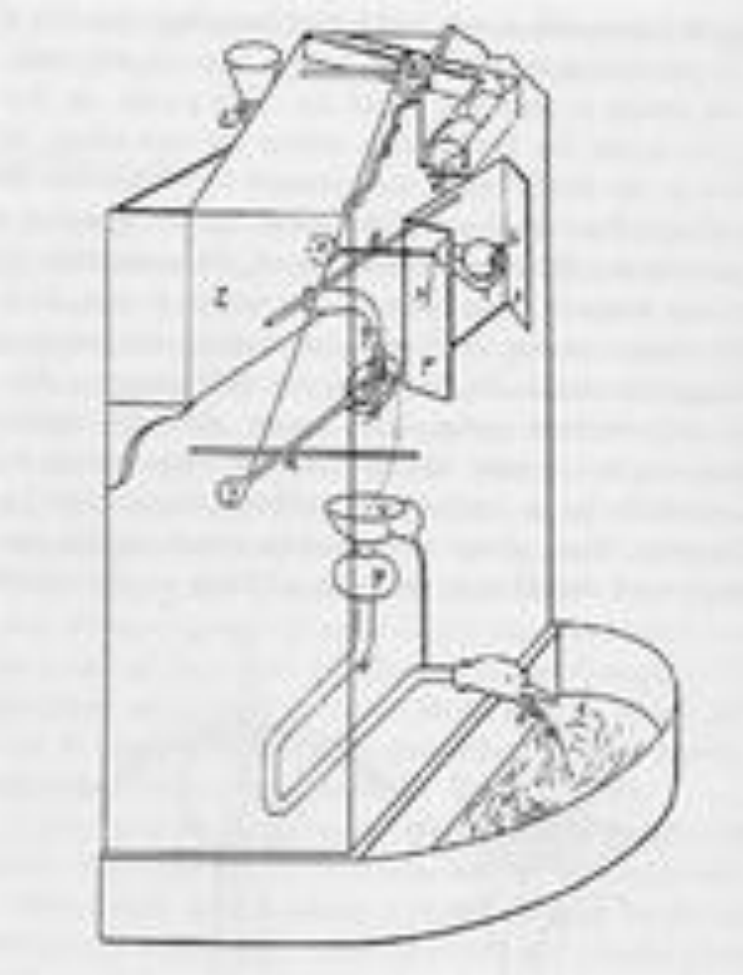
- Zvedá těžká závaží.

Automaty

3. st. př. n. l.

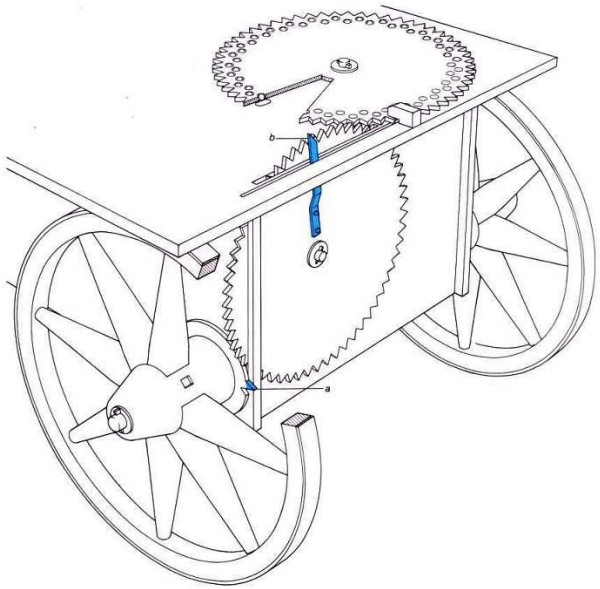
- Automat pro hosty k mytí rukou popsán řeckým inženýrem Filónem z Byzantia

  v jeho technickém pojednání *Pneumatika* (kapitola 31).
- Filónův komentář : *„Tato konstrukce je podobná hodinám"* znamená, že takový krokový mechanismus byl již používán již dříve ve vodních hodinách.



Ozubená kola

- Jsou zaznamenány asi v 5. st. př. n. l.
- Vyvinuty již v prehistorickém období pro různé převody k praktickému použití.



Odometr

Asi 3 st. př. n. l.

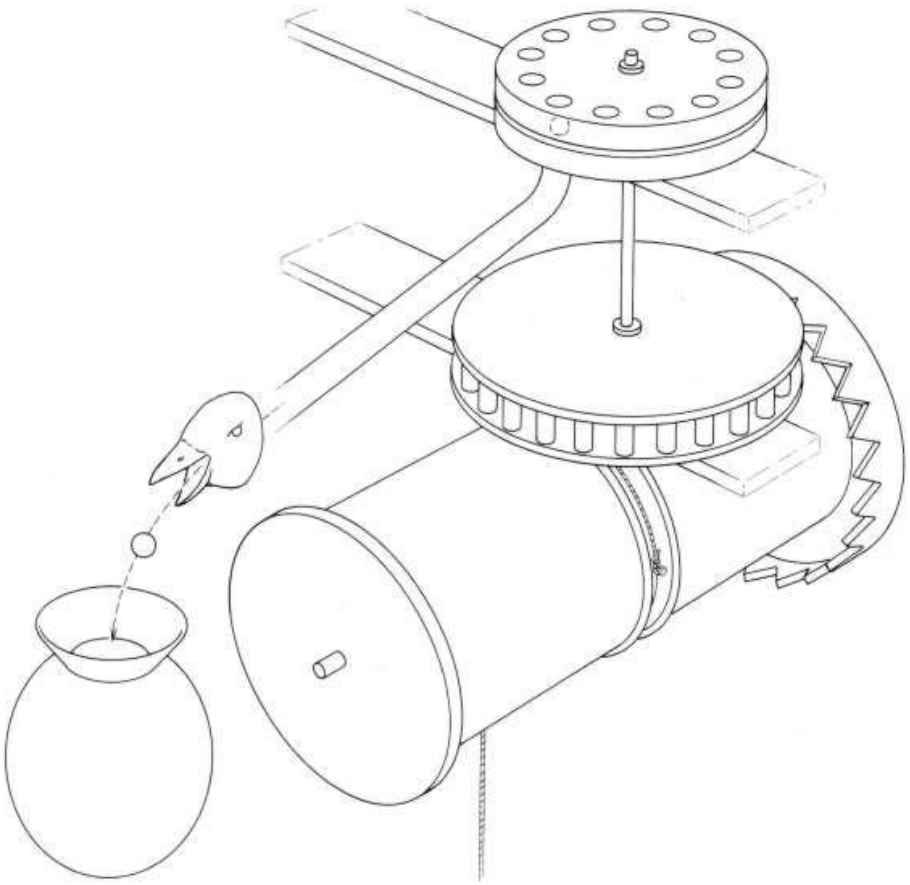
- Odometr, přístroj používaný v pozdním helénském období a Římany pro určení ujeté vzdálenosti.

Někteří historikové jej připisují Archimédovi a jiní Héronovi z Alexandrie.

- Pomáhal při stavbě silnic a cestování k měření vzdáleností a stavbě milníků.

Hodiny

- Hodiny uvolňují každou hodinu malou kovovou kuličku, která padá do připravené nádoby a vydává zvuk, označující počátek nové hodiny.

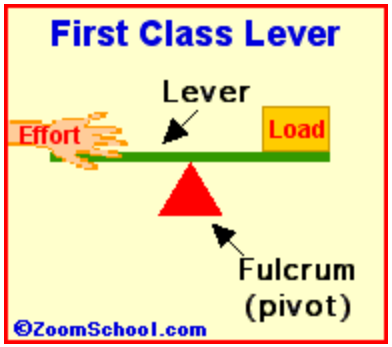


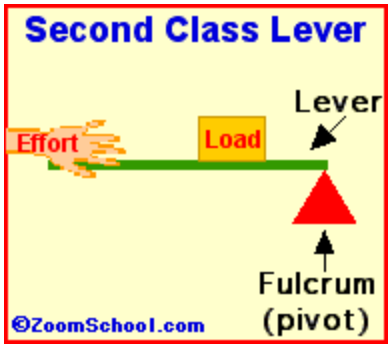
Ozubená kola - 2

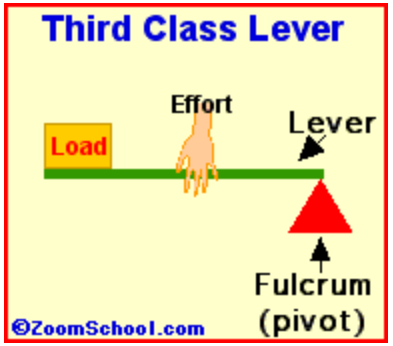
- Aristotelés zmiňuje ozubená kola kolem 330 př. n. l., (kolo pohybující rumpálem). Říká, že pohyb rotace může být opačný, když jedno ozubené kolo otáčí jiným.
- Filón z Byzantia byl jedním z prvních, kteří užili ozubená kola v zařízeních na vodu.
- Archimédés použil ozubená kola v různých konstrukcích.
- Považoval své mechanické objevy za pobavení zábavu, příp. s praktickým využitím, ale nepřikládal jim žádný vědecký význam.

Kladky a rovnováha

- Kolem 260 př. n. l.
- Nejprve je popsal Archimédés.
- Ačkoliv byly užívány již dříve, v antice měly široké praktické použití.







Vodní mlýny

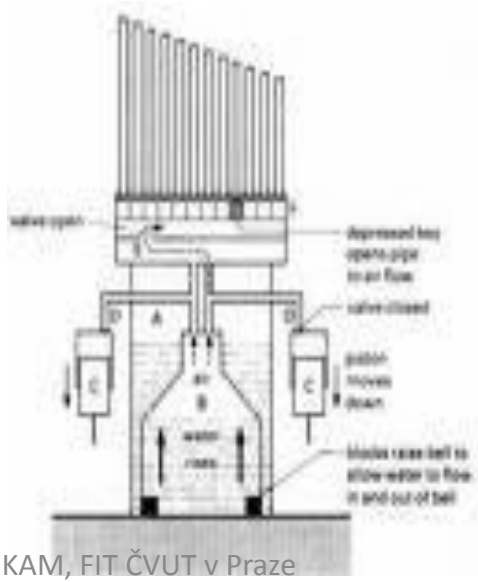
- Kolem 250 př. n. l.
- Řekové byli průkopníky v používání vodní energie .
- Rané zmínky o vodních mlýnech - Filónova *Pneumatika*
- Dříve je zmiňován v pozdním arabském světě, ale podle současných výzkumů dospěli Řekové k tomuto objevu nezávisle.

Model římského vodního mlýna na mouku popsal Vitruvius. Mlýnský kámen (ve vyšším patře) je ovládán spodním vodním kolem pomocí ozubených kol (mechanismus v nižším patře).

Vzduchové a vodní pumpy

Kolem 2. st. př. n. l.

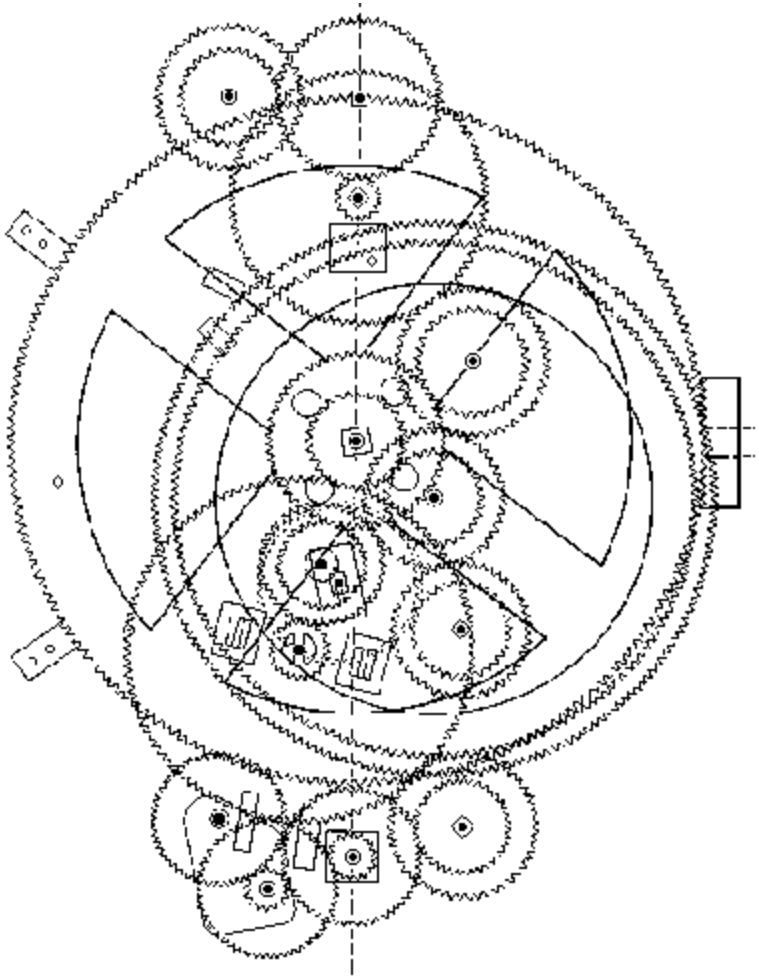
- Ktésibios a další jiní Řekové z Alexandrie vyvíjeli v tomto období různé vzduchové a vodní pumpy, které sloužily k různým účelům jako jsou např. vodní varhany.



Analogové počítače

- Kolem 150 př. n. l.

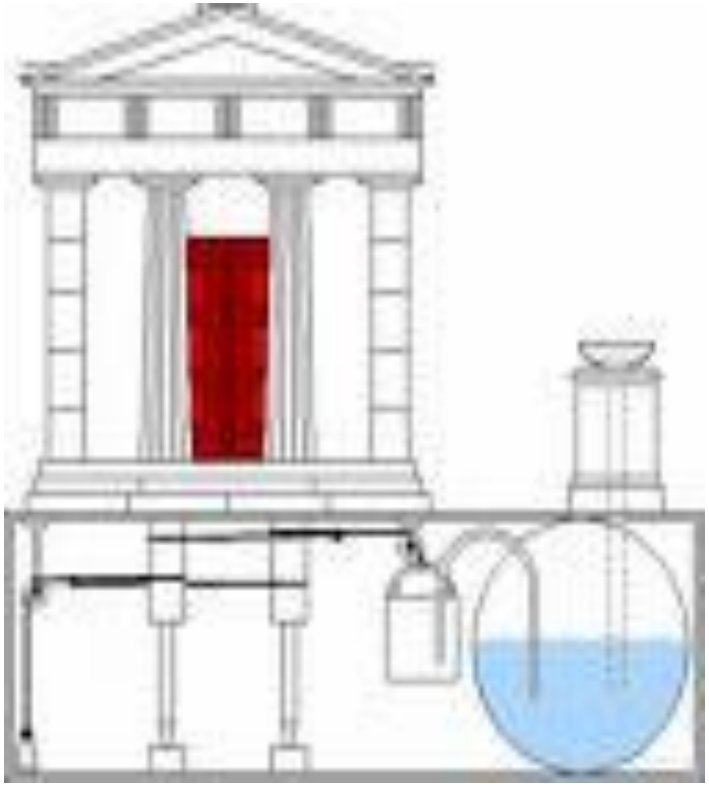
Antikythera mechanismus



Automatické dveře

Kolem 1. st. př. n. l.

- Héron z Alexandrie, vynálezce z Alexandrie, z Egypta, vytvořil created automatické dveře pro chrám poháněné silou páry.

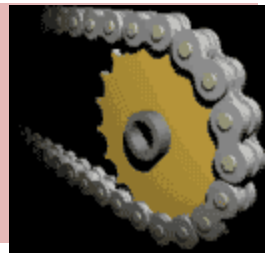


Hodinová věž – věž větrů

Léta 50. př. n. l.

- Vedle větrných lopatek je na Věži větrů také umístěno 8 slunečních hodin kolem vrcholu polygonální struktury.
- Dosavadní výzkum ukazuje, že výška věže 8 m byla motivována snahou umístit sluneční hodiny a větrné lopatky ve viditelné výšce nad Agorou, je to raný příklad hodinové věže.

Řetězový pohon



- Nejstarší známá aplikace řetězového pohonu se objevuje u Polybola, opakovací samostříl je popsán řeckým inženýrem Filónem z Byzantia (3. st. př. n. l.).
- Řetězy byly spojeny s rumpálem.

- Další použití je připisováno až Leonardovi da Vinci.

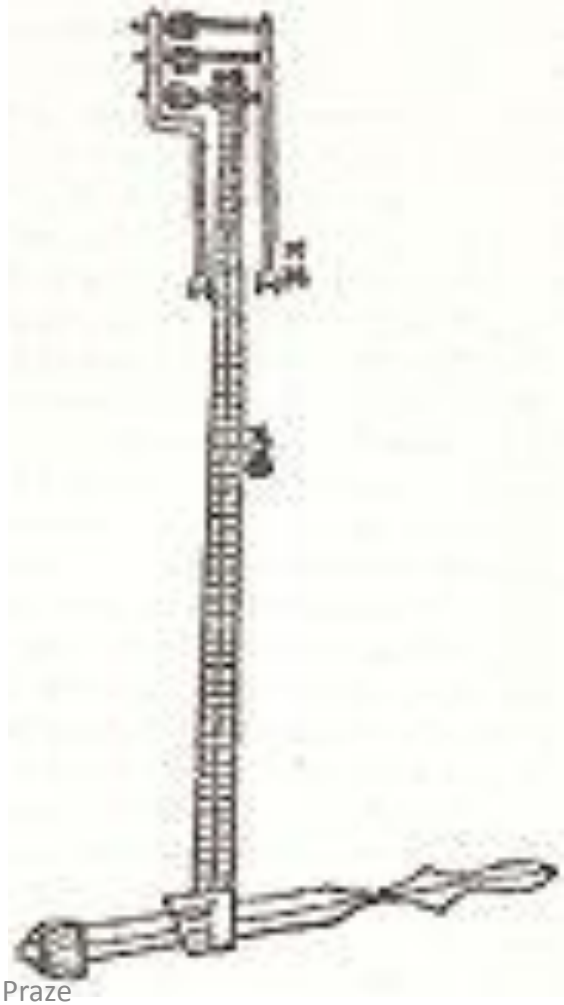
Nejstarší známý výskyt řetězového pohonu

- Polybolos (rekonstrukce). Jeho dílo popisuje helénský spisovatel Filón z Byzantia (3. stol. př. n. l.).
- Poloautomatický vrhač šípů s řetězovým pohonem.

Su Song - 1092

- Nejstarší známá ilustrace nekonečného sílu přenášejícího řetězového pohonu.

- Ze Su Songovy knihy z roku 1092, kde autor popisuje hodinovou věž v Kaifengu.



Řetězový pohon -2

- Další řetěz je popsán v pojednání o slunečních hodinách dynastie Song (960–1279). Čínský inženýr Su Song (1020-1101 AD), použil řetězový pohon k ovládání armilární sféry astronomických věžních hodin . Na hodinách byly figurky, které bubnovaly. Řetězový pohon přenášel energii z vodního kola.
- Nezávisle objevil Jacques de Vaucanson v roce 1770 při výrobě hedvábí. J. F. Tretz byl první, kdo použil řetěz na jízdní kolo v roce 1869.

Antická tradice v Evropě

- Thalés z Mílétu
- Pýthagoras 6.- 7. stol. před n.l.
- Platónova Akademie, pozdní dialog Tímaios
- Aristotelés - Organón
- Ératosthenés z Alexandrie
- Eukleidés – Základy (Elementa Stoicheia)
- Apolloniós z Pergy
- Archimédés (287 – 212), Ptólemaios (působil v letech 100 – 150 n. l.)
- Diofantos

Řecká abeceda

Α	Β	Γ	Δ	Ε	Ζ
Alpha (al-fah)	**Beta** (bay-tah)	**Gamma** (gam-ah)	**Delta** (del-ta)	**Epsilon** (ep-si-lon)	**Zeta** (zay-tah)
Η	Θ	Ι	Κ	Λ	Μ
Eta (ay-tah)	**Theta** (thay-tah)	**Iota** (eye-o-tah)	**Kappa** (cap-pah)	**Lambda** (lamb-dah)	**Mu** (mew)
Ν	Ξ	Ο	Π	Ρ	Σ
Nu (new)	**Xi** (zie)	**Omicron** (om-e-cron)	**Pi** (pie)	**Rho** (roe)	**Sigma** (sig-mah)
Τ	Υ	Φ	Χ	Ψ	Ω
Tau (taw)	**Upsilon** (up-si-lon)	**Phi** (fie)	**Chi** (kie)	**Psi** (sigh)	**Omega** (oh-may-gah)

Pýthagorás ze Samu, 6. stol. př. n. l.

- Mýtická osoba? Antický Jára Cimrman?
- Učitelé - Thalés a mladší Anaximandros
- Kolem roku 535 př. n. l. se vydal do Egypta
- Asi 525 př. n. l. se dostal do vězení, byl poslán do Babylónu.
- Asi 520 návrat na Samos- pak odcestoval na Krétu studovat zákony a založil „filosofické společenství“.
- Asi 518 odešel do jižní Itálie - do Krotónu, kde byl přestavitelem tajné společnosti společnosti.
  - Realita má matematický charakter.
  - Členové společnosti jsou loyální a neprozrazují žádná tajemství.

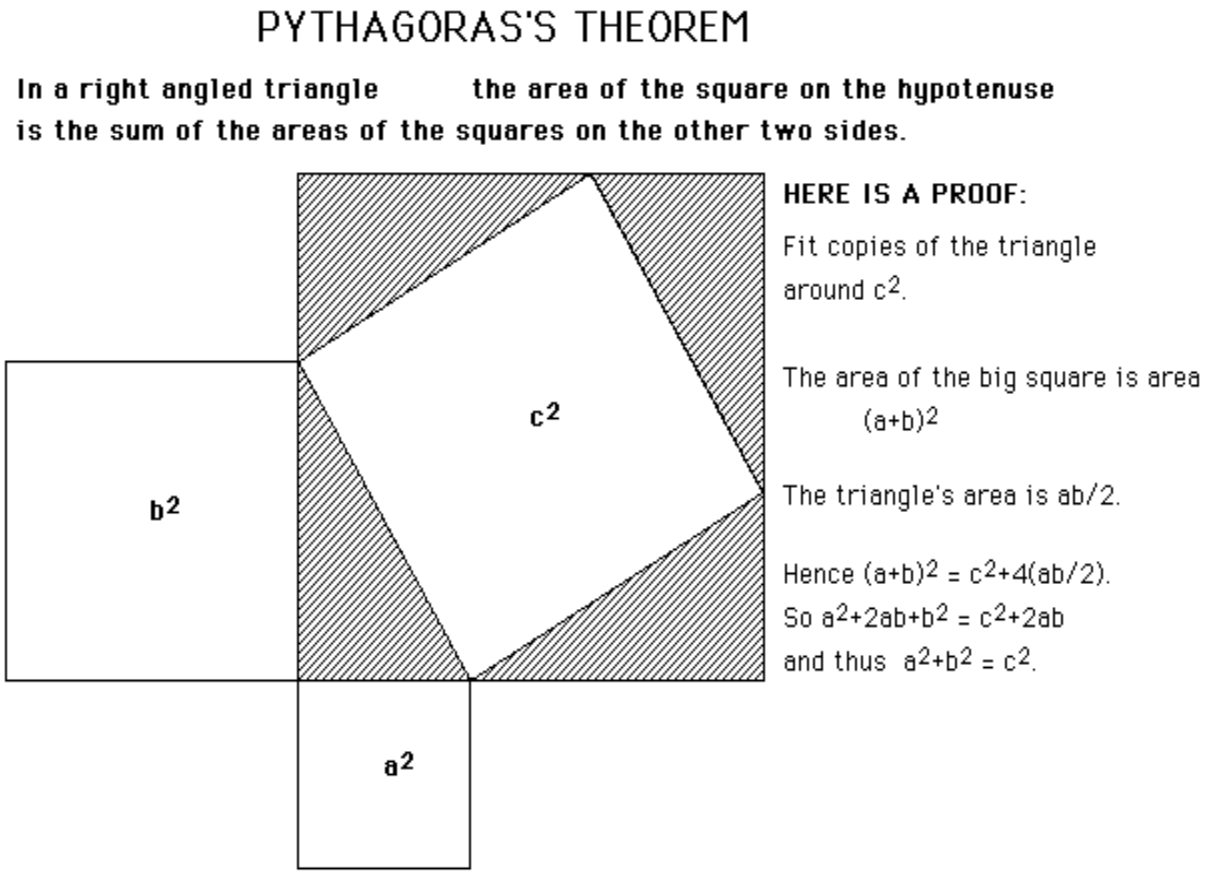
Co se připisuje Pýthagorovi?

- Součet úhlů v trojúhelníku je roven dvěma pravým úhlům.
- Pýthagorejci také znali zobecnění:
  Mnohoúhelník s n stranami má součet vnitřních úhlů $2n - 4$ pravých úhlů a součet vnějších úhlů je roven 4 pravým úhlům.
- Pythagorova věta , dnes známo vice než 300 důkazů
- Konstrukce útvarů dané plochy a geometrická algebra. Např. řešení rovnice $a\,(a - x) = x^2$ geometrickými prostředky, algebraické identity.

Co se připisuje Pýthagorovi? - 2

- Objev iracionálních čísel.
- 5 pravidelných těles, pravděpodobně uměl zkonstruovat první 3.
- V astronomii Pythagoras učil,
  že Země je koule ve středu „našeho vesmíru“.
- Také poznal, že dráha Měsíce je blízká rovníku Země a že Venuše jako Večernice je stejná planeta jako Jitřenka.

Pýthagorovci a pýthagorejci



Důkazů Pýthagorovy věty je známo více než 300.

Pýthagorejci a prvočísla

- Pýthagorejci zkoumali mystické a numerologické vlastnosti čísel.
- Zavedli ideu prvočíselnosti (primality), dokonalého (perfect) a spřáteleného (amicable) čísla.

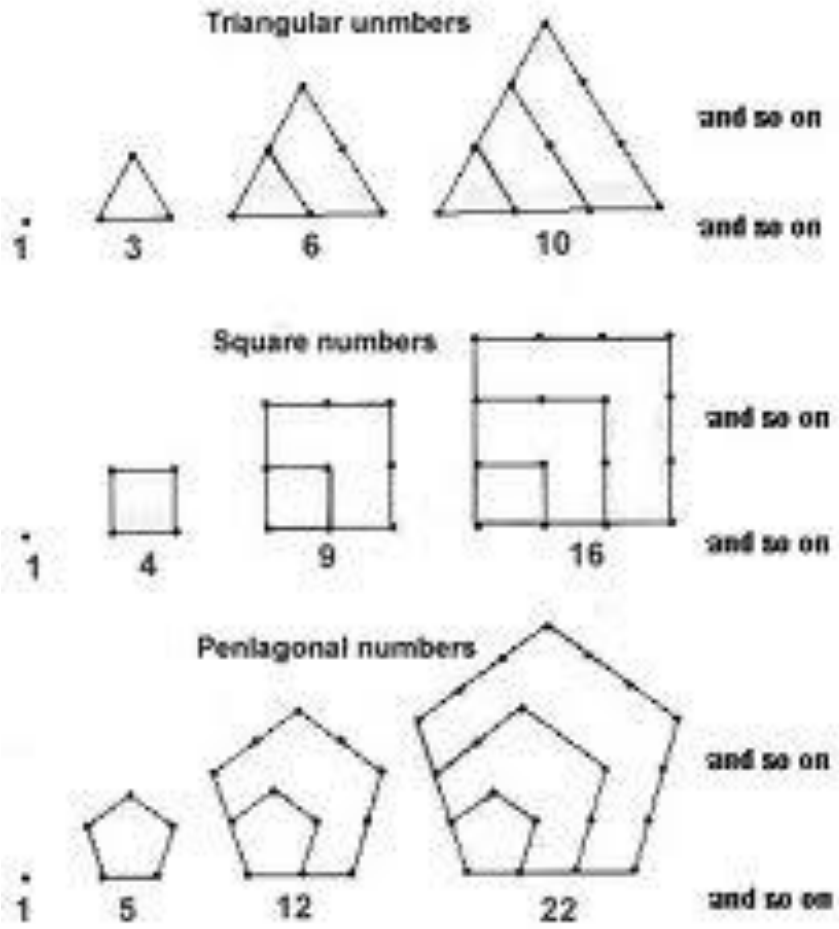
  Dokonalé číslo – součet vlastní dělitelů je číslo samo , např. 6 má vlastní dělitele 1, 2 a 3 a 1 + 2 + 3 = 6, 28 má dělitele 1, 2, 4, 7, 14 a 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28.

  Dvojice spřátelených čísel např. 220 a 284 (součet vlastních dělitelů jednoho čísla je roven druhému a naopak.

3 poznámky o prvočíslech

- V Eukleidových Základech kolem roku 300 př. n. l., je dokázáno několik výsledků o prvočíslech. V 9. knize Eukleidés dokazuje, že je nekonečně mnoho prvočísel – nepřímý důkaz - sporem. Eukleidés také dokazuje tzv. Základní větu aritmetiky: *Každé přirozené číslo lze vyjádřit jako součin prvočísel jediným způsobem.*
- Eukleidés také ukazuje, že je-li číslo tvaru $2^n - 1$ prvočíslo, pak číslo $2^{n-1}(2^n - 1)$ je dokonalé. Matematik Euler (v roce 1747) *dokázal, že všechna* sudá dokonalá čísla mají tento tvar. Dodnes nevíme, zdali ex. nějaká lichá dokonalá čísla.
- Kolem roku 200 př. n. l. Řek Eratosthenes zavedl *algoritmus* pro výpočet prvočísel *Eratosthenovo síto*.

Figurální čísla



2000 let staré problémy

Ukázka toho, čím se matematici zabývali:

- *Racionální číslo může být vyjádřeno ve tvaru zlomku 2 přirozených čísel. Dokažte, že $\sqrt{2}$ není racionální číslo.* Poznámka: Potřeba zabývat se $\sqrt{2}$ vznikla přirozeným způsobem v zeměměřictví a tesařských technikách.
- *Prvočíslo je kladné celé číslo větší než 1, které má pouze dva dělitele: sebe sama a číslo 1. Dokažte, že existuje nekonečný počet prvočísel.* Poznámka:

  V současnosti se velká prvočísla ukazují jako velmi užitečná v informatice.

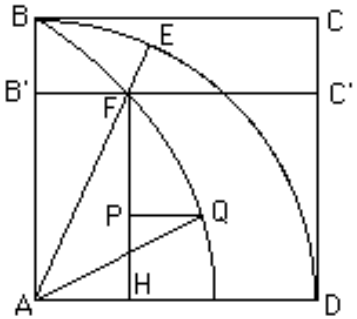
Klasické antické problémy

- Kvadratura kruhu (Squaring the Circle, Quadrature of the circle)
- Trisekce úhlu (Trisecting an Angle)
- Zdvojení krychle (Doubling the Cube, Duplicating the Cube)

Kvadratura kruhu – 5. stol. př. n. l.

Úloha: *Najděte pomocí kružítka a pravítka čtverec, který má stejný obsah jako daný kruh.*

- Anaxagoras (499 – 428) - úlohu řešil ve vězení „*Slunce není božské a Měsíc odráží sluneční světlo.*“
- Hippokratés z Chiu (470 – 410) - první rovinná konstrukce
- Antifón (480 – 411) a Bryson (2. pol. 5. st.) vepisovali a opisovali mnohoúhelníky



- Hippiás z Élidy, (cca 460 – cca 400) a
- Deinostratés (390 – 320) – použili křivku kvadratrix

Kvadratura kruhu - 2

- Pappos z Alexandrie (cca 290 - cca 350)
- Marek Marci z Kronlandu (1595 – 1667)

  pojednání Labyrint – 20 různých metod

2. pol. 19. stol.

$$a^2 = \pi r^2$$

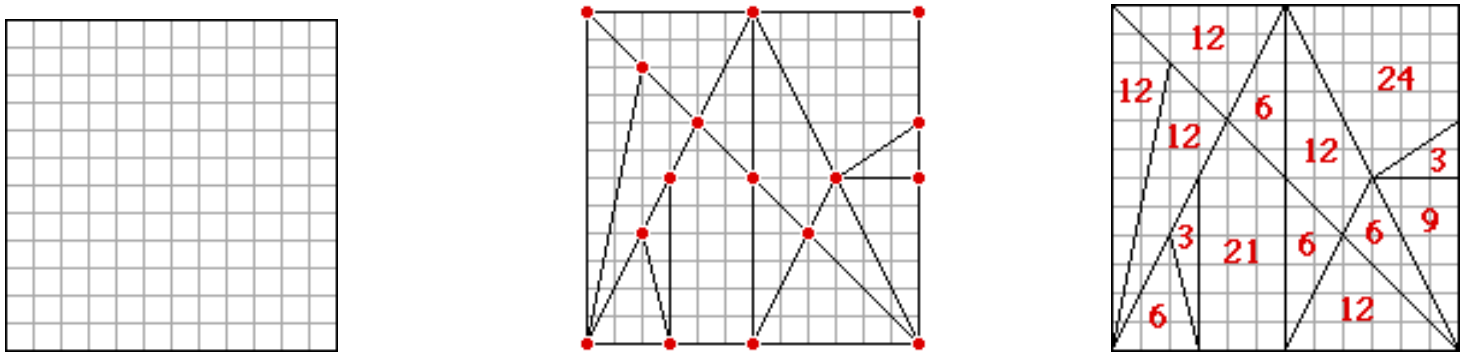
- Carl F. von Lindemann, 1882:

  π je transcendentní.

Konstrukce čtverce o stejném obsahu

jako je daný kruh je nemožná! Pouze aproximace.

Stomachion



Dva fragmenty popisu hry – řecký a arabský jsou jsou připisovány Archimédovi. Řecký fragment je z 10. století a byl nalezen v Konstantinopoli v roce 1899.

Hra se skládá ze 14 dílů a cílem je vytvořit z dílů různé tvary, např. slona.
V arabském rukopisu je popsána konstrukce a výpočty obsahu jednotlivých dílů.
Dnes se k tomuto výpočtu užívá Pickovy věty.

Stomachion a Pickova věta

Arabský rukopis také obsahuje výpočty obsahů jednotlivých částí stomachionu. Jsou v poměru obsahu celého čtverce 12 x 12 = 144 j^2

1 : 48 (2 části o velikosti 3 j^2)

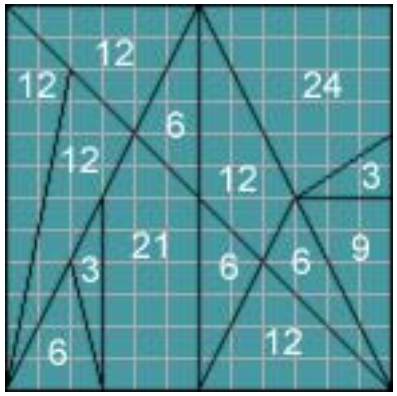
1 : 24 (4 části o velikosti 6 j^2)

1 : 16 (1 část o velikosti 9 j^2)

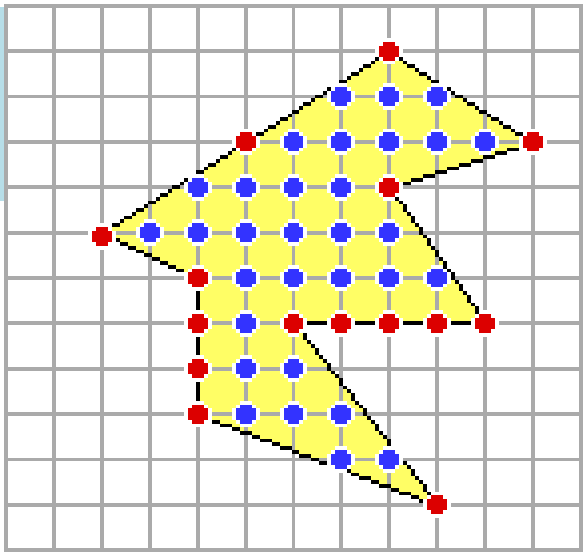
1 : 12 (5 části o velikosti 12 j^2)

7 : 48 (1 část o velikosti 21 j^2)

1 : 6 (1 část o velikosti 24 j^2).



Pickova věta



- $P(x) = I + B/2 - 1$, kde

  I je počet vnitřních síťových bodů (x)

  B je bodů na obvodu obrazce (x)

- Pickova věta je pojmenována po svém objeviteli.

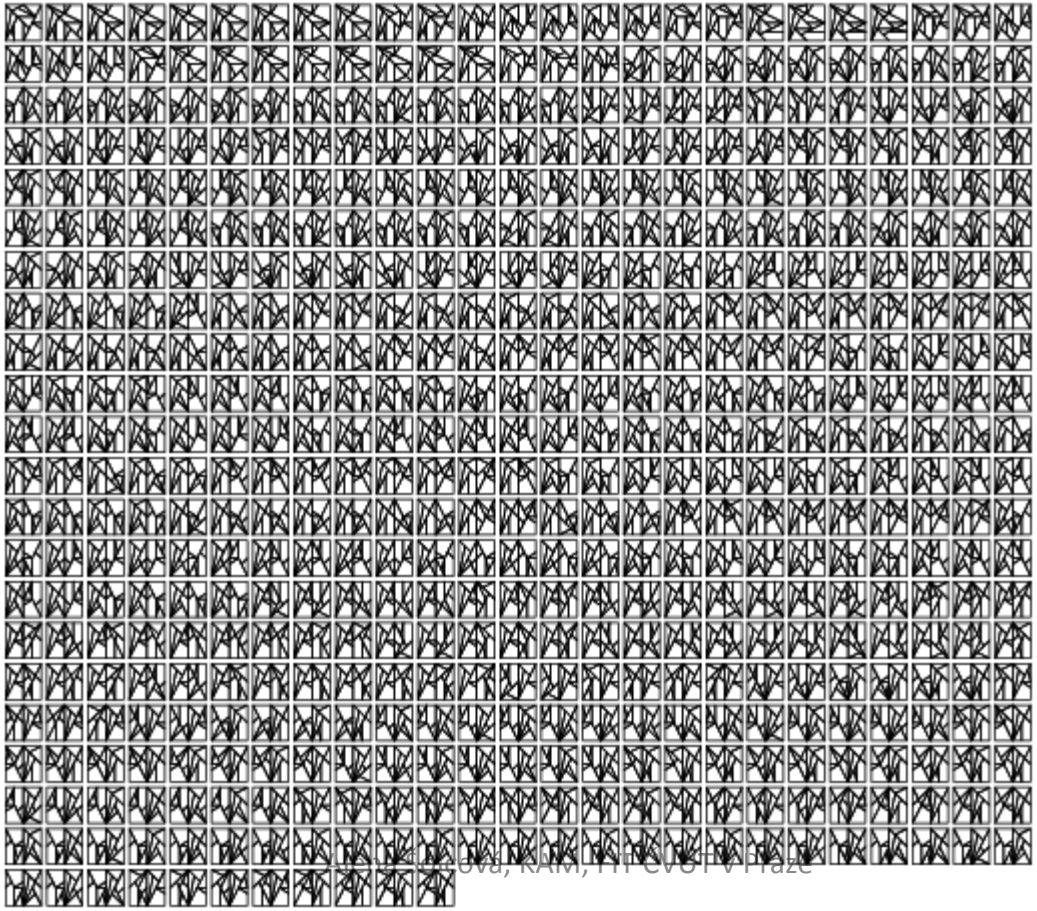
  rakouský matematik, profesor pražské univerzity

  Georg Alexander Pick (1859-1942).

- Georg Pick
  „Geometrisches zur Zahlenlehre"
  Sitzungber. Lotos, Naturwissen Zeitschrift
  Prague, **19** (1899), 311-319.

Důkazy a rozšíření Pickovy věty

- W. W. Funkenbusch
  "From Euler's Formula to Pick's Formula using an Edge Theorem"
  The American Mathematical Monthly
  Volume 81 (1974) pages 647-648 Dale E. Varberg
  "Pick's Theorem Revisited"
  The American Mathematical Monthly
  Volume 92 (1985) pages 584-587 Branko Grünbaum and G. C. Shephard
  "Pick's Theorem"
  The American Mathematical Monthly
  Volume 100 (1993) pages 150-161 Alexander Bogomolny
  "Cut-the-Knot" web site
  A Proof of Pick's Theorem
  http://www.cut-the-knot-org.ctk/Pick_proof.shtml

Stomachion v 21. století

- V listopadu 2003 – Bill Cutler ukázal, že je 536 možností uspořádání dílů do čtverce, etc.
  Studium dalších vlastností hry pokračuje.