Historie matematiky a informatiky

Matematika v 16. - 17. století

Mechanické kalkulátory

Alena Šolcová

2014

Algebra 16. a 17. století

- Koncem 16. století dosáhli evropští algebraici úrovně islámské tradice.
- Stali se experty na algebraické úpravy, mohli řešit kubické a bikvadratické rovnice.
- Rozvíjeli užitečnou symboliku,
  i když ještě neoznačovali koeficienty pomocí písmen.
- Řešení úloh vysvětlovali příklad po příkladu.
- Vzorce pro řešení rovnic ještě neexistovaly.
- Začali též obnovovat tradici řecké matematiky. Základní knihovnu již měli přeloženu dříve. (Eukleidés, Ptolemaios, etc.)

Kubické rovnice – obecné řešení

- Řekové a Arabové uměli řešit některé speciální případy kubických rovnic, matematikové v okolí Bologni se pokusili nalézt obecné řešení.

- Redukce na tři typy:

$$x^3 + px = q$$

$$x^3 = px + q$$

$$x^3 + q = px,$$ p a q jsou kladná čísla.

- Tyto rovnice vyřešil Scipio del Ferro,

  jehož metodu po smrti objevil benátský počtář Tartaglia (Koktal), své výsledky však neuveřejnil.

Tartagliův či Cardanův vzorec

- Později je Tartaglia prozradil lékaři z Milána Hieronimu Cardanovi, který je uveřejnil v roce 1545 ve své knize o algebře *Velké umění* (***Ars magna***).
- Řešení kubické rovnice se dnes označuje jako Cardanův vzorec.
- V tomto vzorci se užívá

  třetí odmocnina z $(a + \sqrt{b})$
- místo eukleidovského tvaru

  druhá odmocnina z $(a + \sqrt{b})$.

Cardano a Ferrari

- Cardanovo dílo ***Ars magna*** obsahovalo i další vynikající výsledek:

  Ferrariho metodu řešení bikvadratické rovnice, která spočívala v převedení takové rovnice v kubickou:

- Ferrari převedl např. rovnici

$$x^4 + 6x^2 + 36 = 60x$$

na tvar $$y^3 + 15y^2 + 36y = 450$$

Fiktivní čísla

- Cardano též uvažoval o záporných číslech, které nazýval „fiktivními“,
- ale nevěděl si rady s tzv. „casus ireducibilis“.
- Kubické rovnice, v němž se objevily tři reálné kořeny, jako součet nebo rozdíl čísel, které dnes nazýváme komplexními.

Ryze imaginární čísla a Bombelli

- Tento problém vyřešil Raffaelo Bombelli (Bologna), jehož *Algebra* vyšla roku 1572.

- V této knize a v *Geometrii* (1550), která zůstala v rukopise, zavádí Bombelli důsledně teorii ryze imaginárních čísel.
- Bombelliho kniha byla velice rozšířena, např. Leibniz si ji zvolil pro studium kubických rovnic a Euler cituje Bombelliho ve své Algebře v kapitole o bikvadratických rovnicích.
- Plně byla přijata komplexní čísla až v 19. století.

Francois Viète [Vieta]

- Narodil se: Fontenay-le-Comte, Poitou (nyní kraj Vendèe), 1540
  Zemřel: Paříž , 23. únor 1603
- Otec byl právník, advokát ve Fontenay
  a notář v Le Busseau. Byl královský prokurátor ve Fontenay.
- Viètův dědeček byl obchodník.
- Viètova první vědecká práce jsou přednášky pro Catherine Parthenay, z nichž přežily pouze Základy kosmografie (*Principes des cosmographie)*. Tato práce je úvodem do geografie a astronomie.

Viètovy matematické práce

- Viètovy matematické práce se týkají kosmologie a astronomie.
- V roce 1571 vydal ***Canon mathematicus*** , který měl být trigonometrickým úvodem k rozsáhlejšímu dílu *Harmonicon coeleste, které nikdy nevydal* .
- O dvacet let později vydal ***In artem analyticum isagoge,*** první práce ze symbolické algebry.
- V roce 1592 začal diskutovat se Scaligerem o možnosti řešení klasických problémů eukleidovsky, tj. pouze s pomocí kružítka a pravítka.

- Přes všechny tyto výsledky byla matematika pro Viètu pouze koníčkem. Byl především jako jeho otec právník .
- Viète se také zabýval reformou kalendáře. Odmítal návrhy jezuity Clavia.
- V roce 1602 vydal odmítavý text a touto kalendáře se zabýval do konce života.

Tři Viètovy typy analytického umění

- **Francois Viète** (1540-1603), právník u dvora francouzského krále Jindřicha II. V Tours a v Paříži. Byl jedním z prvních mužů tzv. novou řeckou analýzu.
- Viète napsal o tom několik pojednání, souhrně nazvaných ***Analytické umění*.**
- V nich převedl studium algebry na řešení rovnic a studium jejich struktury. V jeho pracech je první *formulovaná teorie* rovnic.

- Rozlišoval tři typy analýzy.

  K tomu jej inspiroval Pappos z Alexandrie, který analytické myšlení rozlišoval na dva druhy : theorematické a problematické.

Viètova trichotomie byla:

- **Zetetická analýza** – transformace problému na rovnici.
- **poristická analýza** – odhalování pravdy hypotézou spojenou se symbolickými úpravami.
- **exegetika** – umění řešit rovnici použitím zetetické analýzy.

Symbolika Analytického umění

- Vytvoření symboliky pro známé (souhlásky) a neznámé (samohlásky).
- Používal slova a zkratky pro mocniny podobně jako Bombelli a Chuquet.
- Psal *A* quadratum pro A^2 , *B* cubus pro B^3 atd.
- Podobně jako Němci + a -.
- Pro násobení používá slůvko **in**:

$$\frac{A \text{ in } B}{C \text{ cubus}} = \frac{AB}{C^3}$$

Symbolika II

- Pro druhou odmocninu užíval ***L***.

  ***L*64** = 8

- Podobně jako jiní dbal Viète na homogenitu v zápisech:
  Ve výrazu $x^3 + ax$, a musí být rovinné číslo, ax^2 je těleso.
- Propagoval použití desetinných čísel. Používal čárku "," jako oddělovač tří řádů a podtrhával desetinnou část

  141, 421, <u>356, 24</u> = √2 . 100 000

- Desetinná tečka byla navržena G. A. Maginim (1555-1617). Desetinná čárka Joostem Buergim a Johannem Keplerem.

Viètovy symbolické operace

- Věta: Násobíme-li $(A+B)$ a $(A-B)$ dostaneme $A^2 - B^2$,

Viète zapsal:

$(A+B)$ in $(A-B)$ equalx A quadratum - B quadratum

a poznamenal

$$(A+B)^2 - (A-B)^2 = 4\,AB$$

- Také psal o součinech např.:

$$(A - B)\,(A^2 + AB + B^2) = A^3 - B^3$$

$$(A - B)\,(A^3 + A^2B + AB^2 + B^3) = A^4 - B^4$$

- Spojuje algebraické úpravy s trigonometrií.

Předpokládejme, že $B^2 + D^2 = X^2$ a $F^2 + G^2 = Y^2$. Potom lze zkonstruovat jiný pravoúhlý trojúhelník použitím formule:

$$(BG^2 + DF^2) + (DG^2 - BF^2) = (B^2 + D^2)(F^2 + G^2)$$

Viètova teorie rovnic

- Nahradil 13 případů kubických rovnic popsaných Cardanem a Bombellim jedinou transformací, kde chybí kvadratický člen.

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad \Rightarrow \quad y^3 + \gamma y + \delta = 0$$

- Ukázal pro tvar $x^3 - b^2x = b^2d$,

  že kořeny lze najít z postupných poměrů, tj.

$$b : x = x : y = y : (x + d)$$

- Umí vyřešit tímto způsobem např. kubickou rovnici: $x^3 - 64x = 960$.

Další metody

- Viète používá také kubické rovnice v různých tvarech a trigonometrické identity proto, aby vytvořil jiné metody řešení úloh.
- Viète studuje vztahy **kořenů** ke **koeficientům**:

Např.: Jsou-li x_1 a x_2 kořeny rovnice

$$x^3 + b = 3ax,$$

potom $3a = x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2$

$$b = x_1x_2^2 + x_1^2x_2 .$$

Trigonometrie

- V trigonometrii Viète používá nápadité úpravy k tomu, aby mohl vyjádřit formule násobného úhlu ekvivalentní dnešním vzorcům:

$\cos nx =$

$\cos^n x - [n(n - 1)/ 1.2] \cos^{n-2} x \sin^2 x +$

$+ [n(n - 1)(n - 2)(n - 3)/ 1.2.3.4] \cos^{n-4} x \sin^4 x -- \ldots$

a odpovídající vzorec pro $\sin nx = \ldots.$

- Zde můžeme pozorovat přímý vztah mezi trigonometrií a teorií čísel.

Řešení rovnice 45. stupně

- Vlámský matematik Adriaen van Roomen vyzval roku 1593 matematiky k řešení rovnice 45. stupně:

$$X^{45} - 45x^{43} + 945x^{41} - 12300x^{39} + \ldots - 3795x^{3} + 45x = A$$

- Van Roomen navrhl řešení speciálního případu

$$A = \sqrt{(2 + \sqrt{(2 + \sqrt{(2 + \sqrt{2})})}},$$

což vedlo k řešení

$$x = \sqrt{(2 - \sqrt{(2 + \sqrt{(2 + \sqrt{(2 + \sqrt{3})})})}}.$$

- Viète: Řešení takových úloh souvisí s úvahami o pravidelných mnohoúhelnících.
- Viète: Navrhl řešení pro $A = 45\theta \Rightarrow x = 2 \sin\theta$.

Simon Stevin(1548-1620)

- Stevin byl nemanželský syn, jehož vychovala pouze matka. Otcovo jméno je Antheunis Stevin, pravděpodobně to byl řemeslník.
- Žil na území dnešní Belgie a v Nizozemí, vzdělával se v Leidenu. V roce 1581 byl účetní v Antverpách a pak úředník daňového úřadu v okolí Brugg. Navštěvoval latinskou školu a v roce 1583 studoval na universitě.
- Na univerzitě zůstal do roku 1590, není známo, že by získal nějaký titul. Vědecké zájmy: Matematika, mechanika, navigace, astronomie, hydraulika.
- Vydával díla z matematiky, inženýrských oborů (vojenství a stavebnictví) a mechaniky.
- Řešil praktické úlohy a popisoval přístroje, které k tomu byly třeba.

Stevinovy příspěvky k matematice

- (1) Vynikající matematická notace desetinných zlomků - byla přijata.
- (2) Nahrazení šedesátkové soustavy desetinným systémem.
- (3) Zavedení podvojného účetnictví v Nizozemí – po Pacciolim v Itálii.
- (4) Výpočty veličin, které vyžadují limitní procesy.
- (5) Omezení aristotelského rozdílu mezi číslem a veličinou.
- (6) Od roku 1583 publikoval texty **pouze holandsky,** nesouhlasil s jedinečným používáním latiny ve vědeckých pracích.

Desetinné zlomky

- Jeho výklad o desetinných zlomcích najdete v knize vydané v roce 1585 *De Thiende* (Umění desítek).
- Dílo bylo široce rozšířeno a překládáno. Je určeno jako návod pro učitele, aby dokázali úplně a srozumitelně vyložit, jak užívat desetinná čísla.
- Jeho základní idea spočívala v používání mocnin deseti pro každou desetinnou cifru.

John Napier (1550 – 1617)

- Žil v Edinburghu.

  Rodina byla již dvě století ve službách krále.
- Sir Archibald Napier byl sedmým lordem z Merchistonu. Sir Archibald, otec Johna, byl také správcem mincovny.
- John se vzdělával v koleji sv. Salvátora v St. Andrews, v roce 1563.
- Strávil zde pouze jeden rok, pak podnikl studijní cestu Evropou.
- Vrátil se domů v roce 1571 jako učenec ovládající klasickou řečtinu.

Rabdologiae a Napierovy hůlky

- Spis nazvaný Rabdologiae z roku 1617.
- Obsahuje několik pomůcek k výpočtům včetně Napierových hůlek - nástroje usnadňujícího násobení (Metoda násobení s N-hůlkami není založena na logaritmické stupnici).

  Kapitola 2. nabízí pojednání o pravidlech měření.
- Napier byl známý jako člověk vyznávající magii čísel. Ve volném čase se zabýval matematikou.
- V roce 1614 vydal *„Mirifici Logarithmorum Canonis Descripto“* (Popis báječného zákona logaritmů), kde je stručný výklad užití logaritmických tabulek. Druhá kniha *„Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio*, (1619) vykládá užití geometrie k aritmetickým výpočtům.

Logaritmy

- Astronomové Kopernik, Galileo a Johannes Kepler rozvíjeli matematiku v astronomii.
- Skotský matematik John Napier a Švýcar Joost Buergi a další objevili logaritmy a logaritmické pravítko na základě výhody, že sčítání je snadnější než násobení:

$$\log (a * b) = \log a + \log b$$

- Logaritmy jsou inversní k exponenciální funkci:

$$\log_2 8 = 3, \text{ protože } 2^3 = 8$$

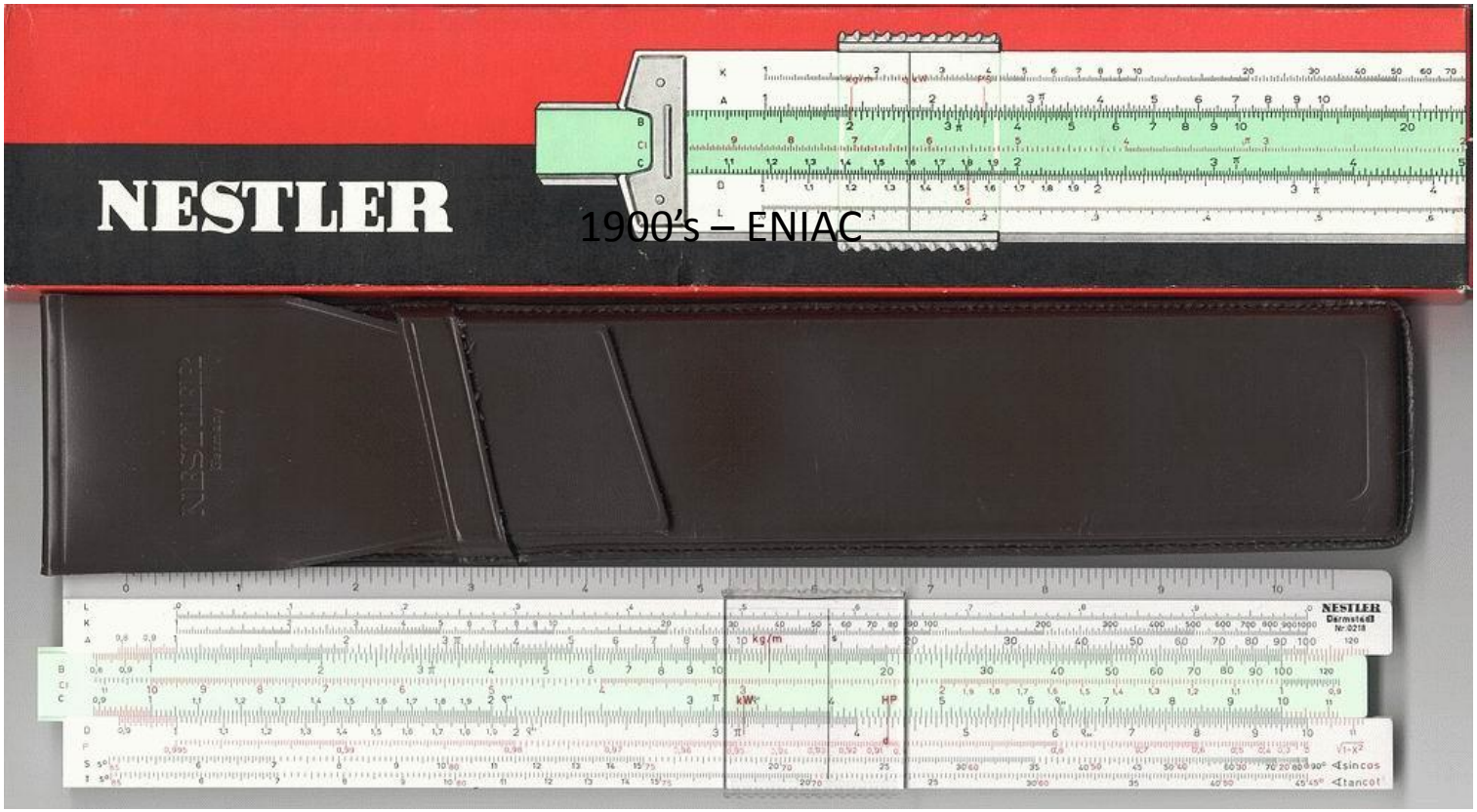
- Logaritmické pravítko (slide rule) rozšířeno do 70. let 20. století.

Napierovy hůlky

1	4	8	9	6
2	8	1/6	1/8	1/2
3	1/2	2/4	2/7	1/8
4	1/6	3/2	3/6	2/4
5	2/0	4/0	4/5	3/0
6	2/4	4/8	5/4	3/6
7	2/8	5/6	6/3	4/2
8	3/2	6/4	7/2	4/8
9	3/6	7/2	8/1	5/4

Logaritmické pravítko

- Všimněte si prostřední lišty:



Henry Briggs (1561-1631)

- Profesor matematiky v Oxfordu.
- Obrátil se k němu koncem života John Napier.
- Briggs se v Oxford začal věnovat novým tabulkám. Výpočty opakoval až 54 krát. Všechny výpočty byly na 30 desetinných míst.
- Z těchto čísel pak vytvořil tabulky logaritmů.

Adriaen van Roomen (1561-1615)

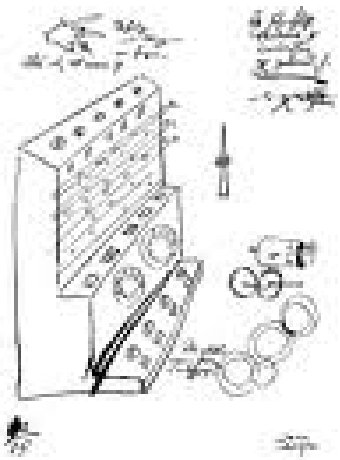
Národnost: vlámská

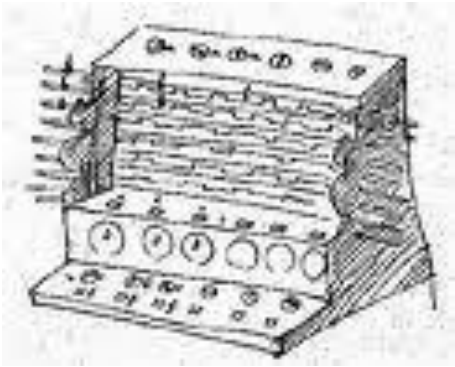
Vzdělával se na univerzitě v Louvaini - M.A., M.D.

Studoval v jezuitské koleji v Kolíně nad Rýnem.

- Ve Würzburgu založil jako profesor medicíny lékařskou fakultu na nové univerzitě.
- Adriaen van Roomen věnoval se také astronomii a přírodní filosofii.
- Jako matematik se zabýval převážně trigonometrií.
- Počítal délky stran pravidelných mnohoúhelníků.
- Z mnohoúhelníku s 216 stranami vypočítal hodnotu pi na 16 platných cifer. Dosáhl stejné přesnosti jako arabský matematik Al Kaší.
- Adriaen van Roomen psal též komentáře k algebře.
- Dopisoval si s větším počtem matematiků a učenců té doby, kromě jiných s Ludolphem van Ceulenem a Francoisem Vietou.

William Schickard, 1623





Počítací hodinky

- Mechanismus byl sestaven z ozubených koleček,

  z hodinových strojků (proto bývá nazýván „počítací hodiny“).
- Uměl sčítat a odčítat šesticiferná čísla.

René Descartes a Pierre Fermat

- Rene Descartes a Pierre de Fermat rozvíjeli analytickou geometrii a Blaise Pascal a Pierre de Fermat korespondovali o matematické teorii pravděpodobnosti
- Pascal vytvořil první verzi mechanického počítače, který nazval "Aritmometr" , zdokonalil přesnost výpočtů a zvýšil jejich rychlost, zejména v obchodě
- Moderní programovací jazyk se jmenuje po něm Pascal.
- Na konci tohoto období Isaac Newton a G. W. Leibniz

  společně s dalšími objevovali metody infinitezimálního počtu, počátek nové matematiky

Pascaline - 1642

- 19-tiletý

Blaise Pascal

- sčítání a odčítání osmimístných čísel
- Více než 50 exemplářů z různých materiálů

(ebenové dřevo, slonovina měď…)

Samuel Morland -1666 *„Machina nova pro multiplicatione“*, Grilet de Roven

G. W. Leibniz

„Není hodno znamenitého člověka trávit čas výpočty jako otrok.“

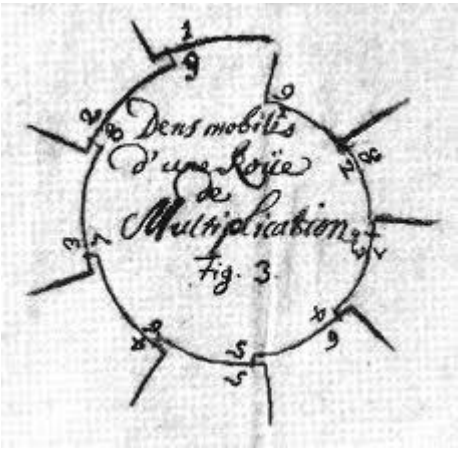
- 1669 – *De arte inveniendi*
- 1670 – *Instrumentum Arithmeticum*
- 1672 – *Paříž*

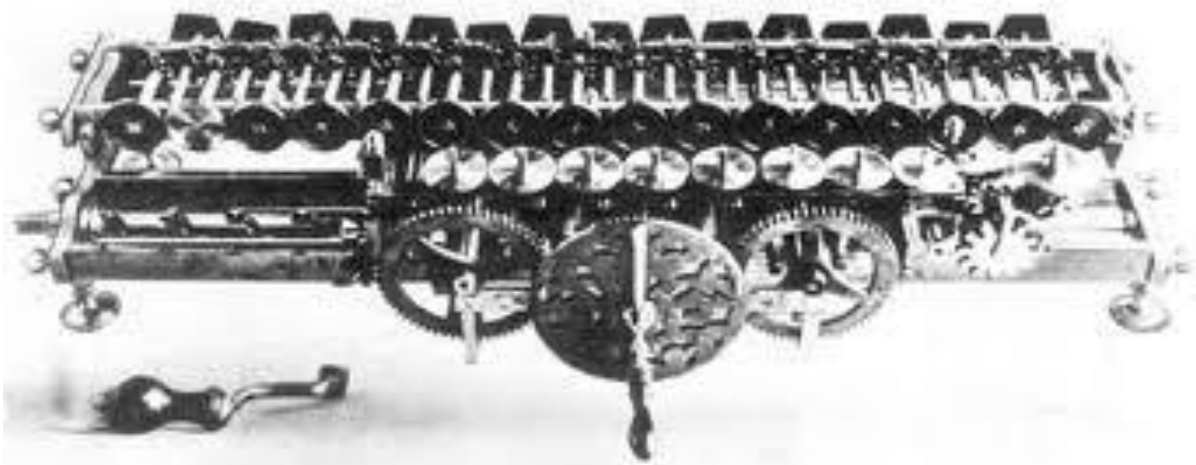
hodinář Olivier – 3 početní stroje

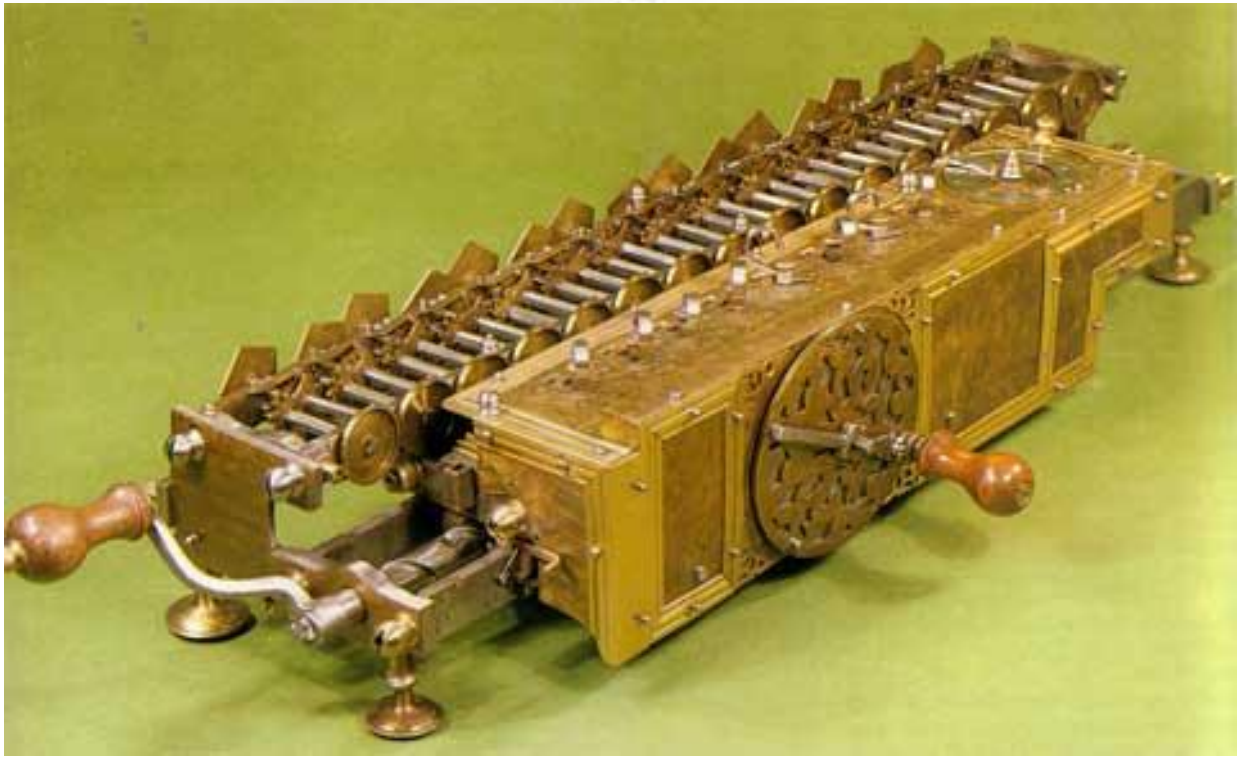
„živá početní stolice“ (hrubý nedokonalý model)

3. stroj 1674 – 1680 Hannover s Olivierem

Royal Society


Dens mobilis
d'une Roüe
de
Multiplication
fig. 3





De dyadicis

Leibniz

- 1694 – 4. model „starší stroj“
- 5. model „mladší stroj
- Královská knihovna v Hannoveru
- 1764 – Abraham G. Kästner, Göttingen – oprava zapomenuta
- Dnes – Dolnosaská zemská knihovna v Hannoveru „machina multiplicationis“

Založení Berlínské akademie

18. století

- Bohaté aplikace metod infitezimálního počtu, zvláště ve fyzice a matematické analýze.
- Hodně objevů během průmyslové revoluce vedlo automatizaci toho, co se dříve vykonávalo ručně.

- Joseph-Marie Jacquard z Francie vynalezl automatický stav v roce 1804, použil dřívější metodu děrných štítků.
- Dírky v kartě rozhodovaly, která vrátka jsou otevřená nebo zavřená pro vedení niti.
- Tento objev byl podstatný pro vývoj moderních počítačů.

Jacquard Loom: