



O Eukleidových Základech

Alena Šolcová
KAM FIT ČVUT

2014

Obsah Základů

Eukleidovy **Základy** – „antická encyklopedie“
sestávají ze 13 „knih“, tj.kapitol.

- Rovinná geometrie, Kniha I-VI
- Aritmetika, Kniha VII-X
- 3D geometrie , Kniha XI-XIII



Po kapitolách

1. kniha: Pojednání o základech geometrie, rovnoběžkách, trojúhelnících a rovnoběžnících, končí důkazem Pýthagorovy věty (pramen pýthagorejci)
2. kniha: Pojednání o planimetrii - za použití geometrické algebry (pýthagorejci)
3. kniha: Pojednání o kružnici a kruhu (pýthagorejci)
4. kniha: Pojednání o tětiových a tečnových mnohoúhelnících a kružnici vepsané a opsané (pýthagorejci)
5. kniha: Pojednání o poměrech (Eudoxos z Knidu)
6. kniha: Pojednání o geometrické podobnosti (pramen neznámý)
7. kniha: Pojednání o teorii čísel - ta je budována pomocí geometrie a délek úseček (pýthagorejci)
8. kniha: pokračování Pojednání o teorii čísel (pýthagorejci)
9. kniha: Teorie čísel - prvočísla, důkaz, že prvočísel je nekonečně mnoho (pýthagorejci)
10. kniha: Teorie iracionálních čísel (Theaitetos)
11. kniha: Stereometrie - pojednání o geometrii těles
12. kniha: Pojednání o povrchu a objemu těles (Eudoxos z Knidu)
13. kniha: Pojednání o pravidelných (platónských) tělesech (Theaitetos)

Základní definice - 23

- Definice 1.: **Bod je to, co nemá části.**
- Definice 2.: **Čára je délka bez šířky.**
- Definice 3.: Na koncích čáry jsou body.
- Definice 4.: Přímka je čára, která leží rovnoměrně s body sama na sobě.
- Definice 5.: Plocha je to, co má pouze délku a šířku.

.... atd.

Postuláty (axiomy)

1. postulát: Máme-li dány dva body, existuje jedna přímka, která jimi prochází.
2. postulát: Každá úsečka může být prodloužena tak, že vznikne opět úsečka.
3. postulát: Je možné nakreslit kružnici s libovolným středem a poloměrem.
4. postulát: Všechny pravé úhly jsou si rovny.
5. postulát: K danému bodu a přímce lze sestavit právě jednu rovnoběžku, která prochází daným bodem.
(tzv. postulát rovnoběžnosti)

Příklady úloh

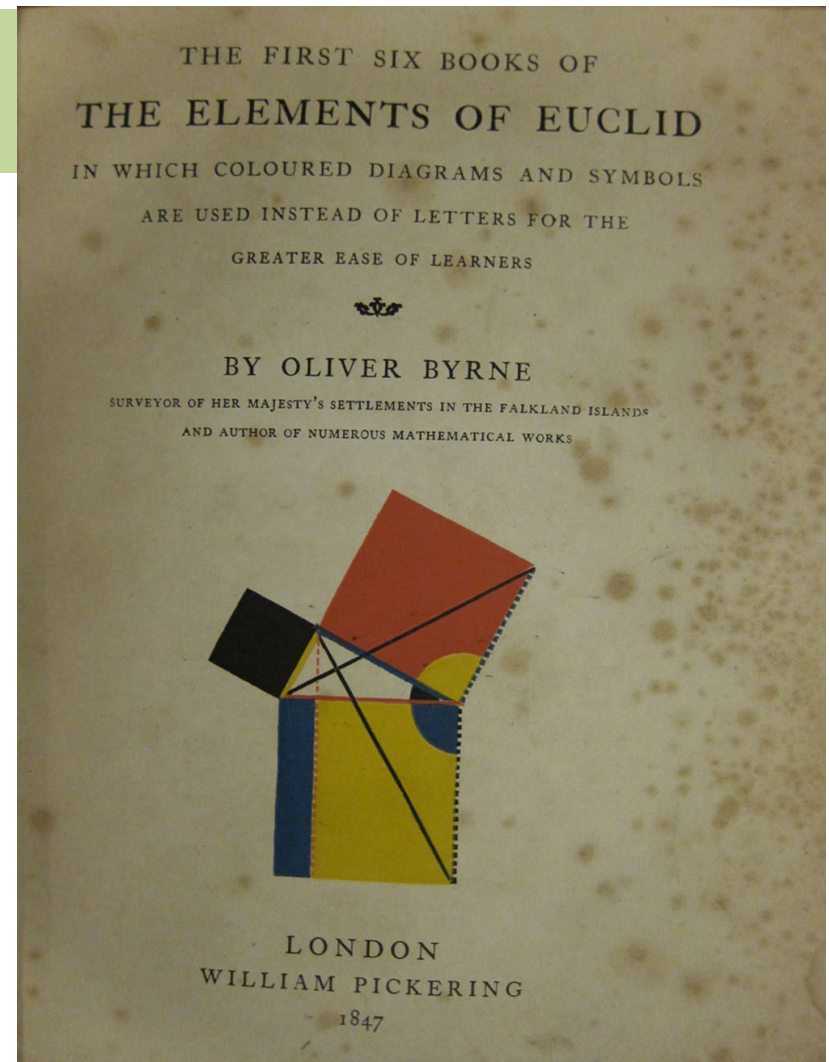
- 1. úloha: Jak sestrojit rovnostranný trojúhelník.
- 2. úloha: Daným bodem sestrojit úsečku stejné délky, jakou má daná úsečka.
- 47. úloha: V pravoúhlém trojúhelníku se obsah čtverce proti pravému úhlu rovná součtu obsahů čtverců u pravého úhlu.
(**Důkaz Pythagorovy věty**)
- 48. úloha: Jestliže v trojúhelníku obsah čtverce u jedné ze stran se rovná součet obsahů čtverců u zbývajících dvou stran trojúhelníku, pak úhel mezi těmito zbývajícími dvěma stranami je pravý. (Eukleidés toto tvrzení dokazuje pomocí předchozí věty. Zároveň se zde objevuje formulace, která byla později nazvána **Eukleidovou větou o výšce**)

Oliver Byrne

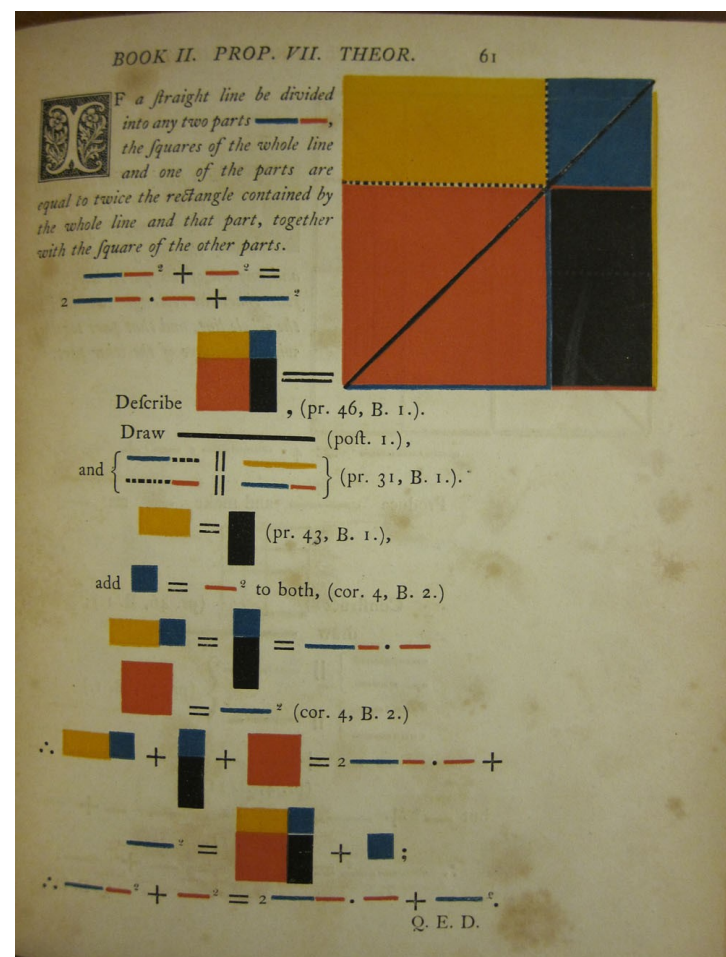
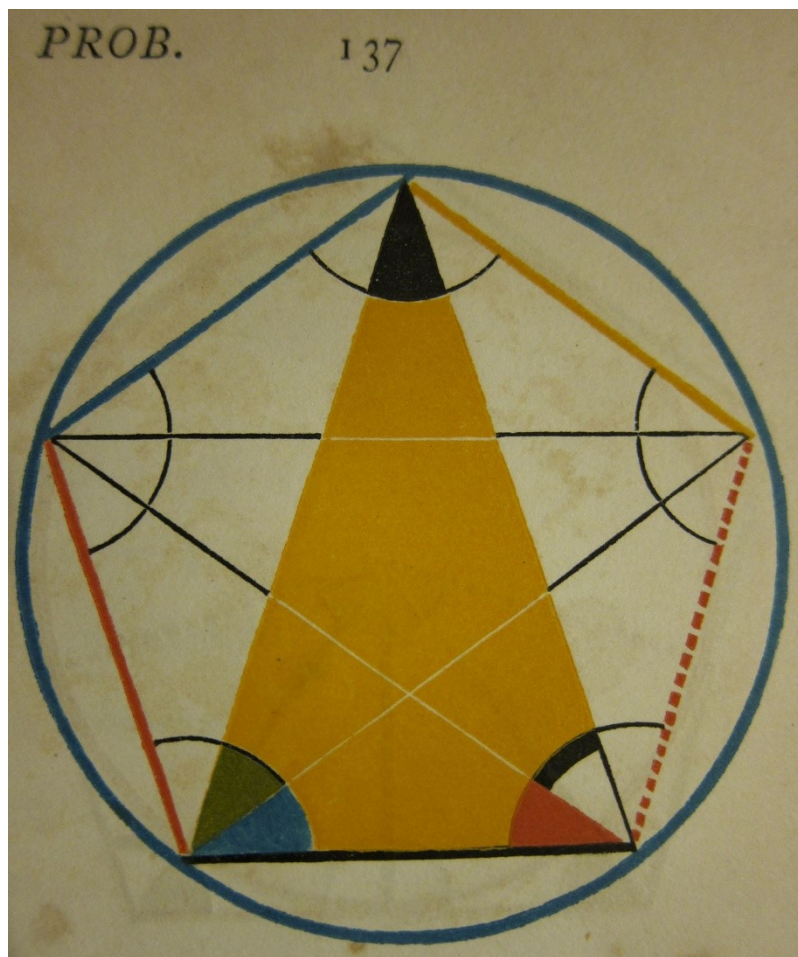
(asi 1810-1890)

irský matematik, učitel.

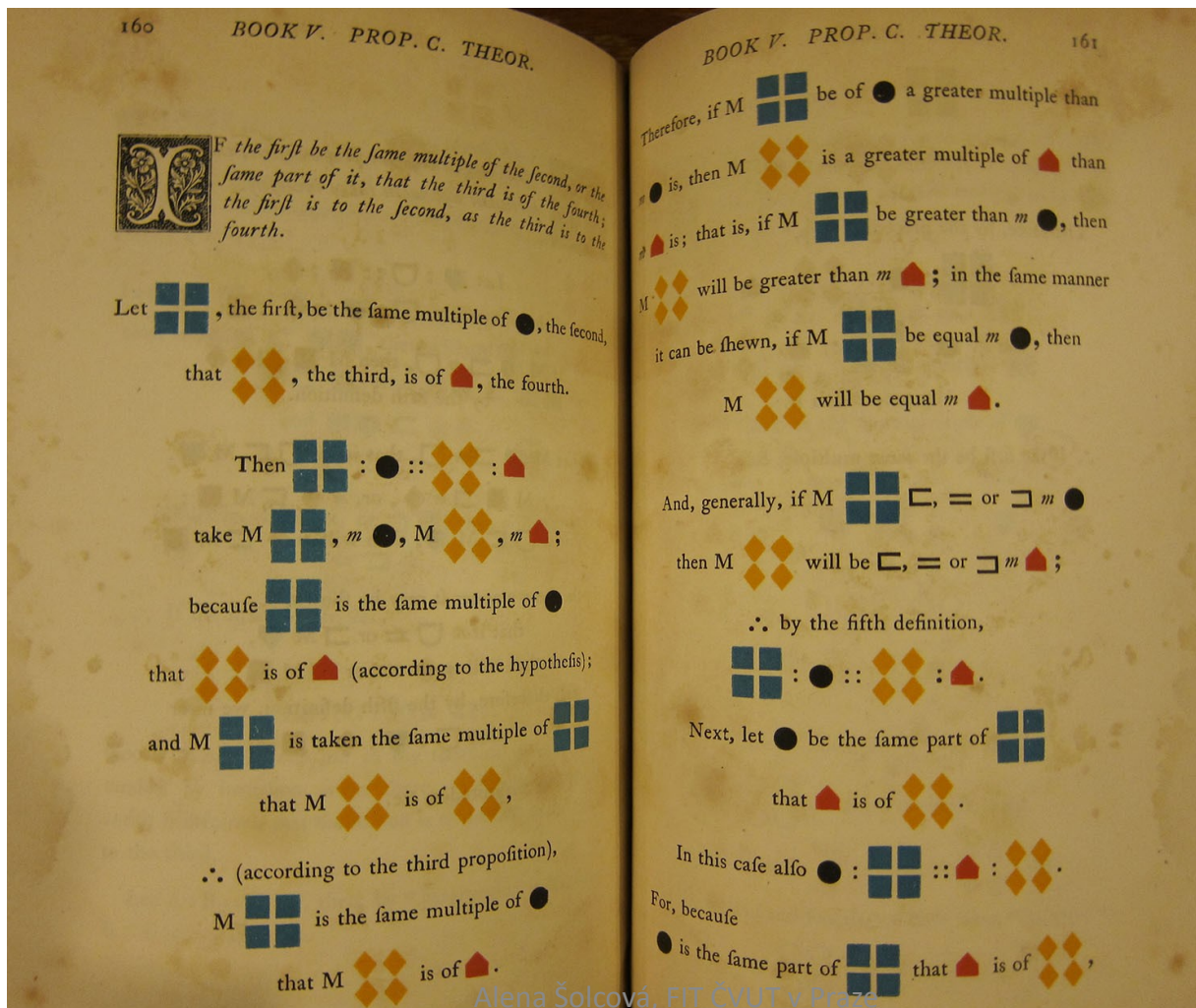
- Vydal 1847 svoji grafickou verzi Základů
- Faksimile vydáno v roce 2010.
- Byrnův *Eukleidés* má moderní design a barevnou paletu. (Předchází styl „Bauhausu“ a nizozemského uměleckého hnutí „de Stijl“ - 1917.)



Ukázky

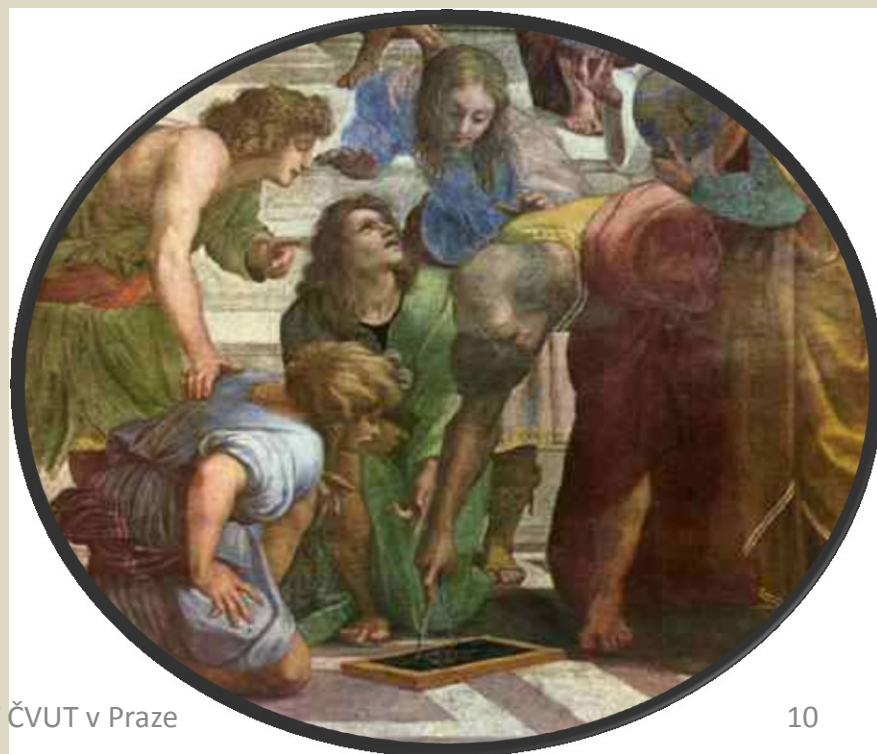


Faksimile Olivera Byrna (1847)



Další Eukleidovy práce

- *Data*. Týká se úloh elementární geometrie a cvičení.
- *O dělení útvarů*. Tato práce v řečtině ztracena, ale znovu objevena v arabském světě.
- *Porismata*. Obsahuje 38 lemmat a 171 vět. „Porisma“ je něco mezi větou a problémem: to znamená s něčím již existujícím, nějakým teorémem, hledat objekt s nutností jej najít (např. střed kruhu).
- *Konika*. Je ztracena, ale říká se, že sestávala ze 4 knih a používal ji Apolloniós.
- *Phaenomena*. Astronomická práce, existuje.
- *Optika*. Ještě existuje.
- *Základy hudby*. Dílo připisované Eukleidovi.



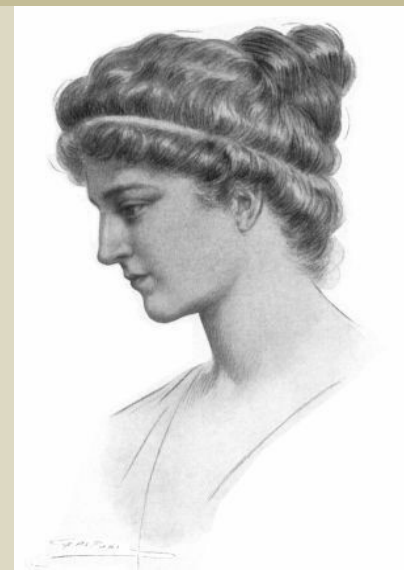
Řecké komentáře k Základům



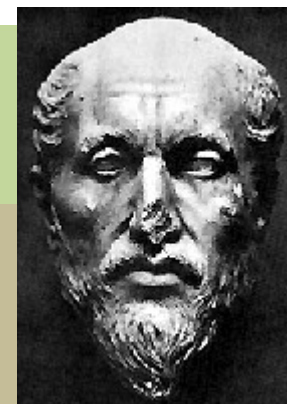
- **Heron z Alexandrie** žil mezi lety 10 - 75 n.l.
Práce z geometrie a mechaniky.
Některé z nich jsou známy z fragmentů a o dalších máme pouze zprávy v pracích pozdějších vědců. Do dneška přežily zbytky jeho komentářů Eukleidových Základů.
Týkají se prvních 8 knih.
- **Eudemos z Rhodu** byl žák Aristotelova žáka.
Může být považován za prvního historika matematiky.
Psal o historii aritmetiky, o historii astronomie a o historii geometrie.

Theon a Hypatia z Alexandrie

- Theon z Alexandrie působil ve 2.polovině 4.století. Je známý jako editor a autor Komentářů k Základům. Do první poloviny 9. století to byl jediný zdroj k originálnímu textu Základů.
- Theonovým následníkem v postavení hlavního matematika v Alexandrii byla jeho dcera **Hypatia**. Učila a přednášela v neoplatonské škole. Její smrt v rukou křesťanských zealotů roku 415 znamenal konec významu Alexandrie v pokroku v exaktních oborech, konec matematických metod v této oblasti.



Proklos 410 - 485 n .l.



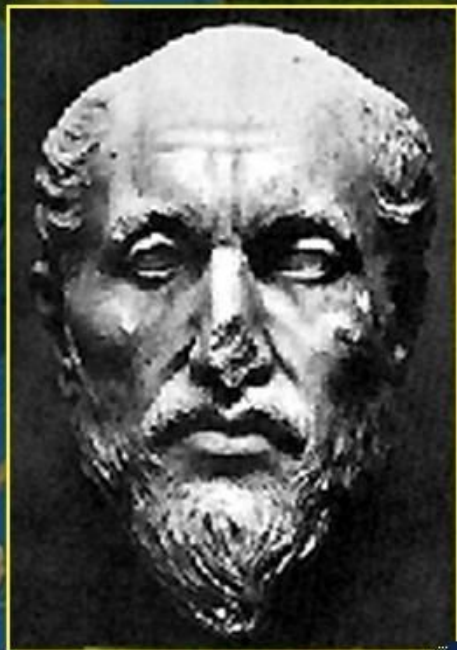
- Jeho práce vznikly asi 700 let po Eukleidovi.
- Vzdělání získal v Alexandrii a později v Athénách, kde vedl neoplatónskou školu.

Napsal velké množství komentářů, zvláště k Platónovým dialogům.

„Ačkoliv byl schopný matematik, byl mnohem víc filosofem než matematikem.“

Např. komentáře k Eukleidově I. knize Základů [Heath, 29, 30]

NASA image from:
<http://www.grabovrat.com/mapsViews/mapsViewsFig/mapsViews815.jpg>



Proklos
(410-485 př. n. l.)

Athény

Alexandrie

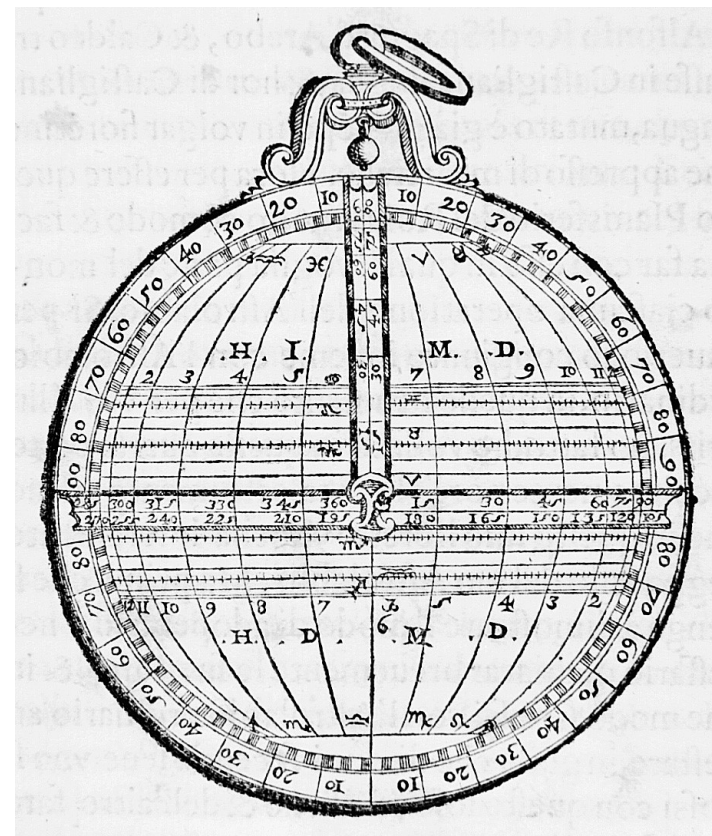
Překladaelé Základů v Evropě

- Adelard z Bathu - 12.století
- Gerard z Cremony – 12. století
- Guillelmus de Moerbeke - 13. století

Adelard z Bathu (asi 1080 - asi 1160)

- Cestovatel, filosof, překladatel, matematik, geometr, astronom a astrolog.
- Procestoval minimálně Sicílii a Sýrii, ovládal arabštinu.
- Přeložil do latiny díla z geometrie a astronomie (např. Eukleidovy *Základy* nebo *Astronomické tabulky* od al-Chwárizmího).
- Pracoval na pojednání o sokolnictví, o použití astrolábu a abaku.
- Sestavil několik horoskopů pro anglickou královskou rodinu, které se zachovaly dodnes v Britské knihovně.

Astroláb - ibn Said al Sahli – 1067



Mosaz, bronz.

Průměr 24, 2 cm.

Vyroben v Toledu, umístěn v Madridu

Alena Šolcová, FIT ČVUT v Praze

Žena – zosobnění geometrie



- Ilustrace z úvodu k Eukleidovým Základům.
- Překladatel do latiny je Adelard z Bathu.
- 1309 – 1316 Paříž
- Britská knihovna
- Žena obklopena skupinou studentů je symbolem geometrie.

Adelard z Bathu - Legenda

Legenda o tom,
jak učenec získal předlohu Základů k překladu:

- Arabský překlad byl uložen v **knihovně v Cordobě**, kam bylo během arabské okupace zakázáno vkročit křesťanovi.
- **Roku 1120 Adelard do knihovny vnikl.**
Pronikl do knihovny v přestrojení za muslima.
Pravdivost této legendy sice nelze potvrdit,
ale jen stěží ji lze vyvrátit.

Gerard z Cremony

(1114 Cremona, Lombardie – 1187 Toledo)

- Překlady arabských vědeckých a filosofických děl, jež se nacházely v arabských knihovnách v Toledu opuštěných následkem reconquisty.
- Gerard patřil k malé skupině učenců, dnes známé jako **překladatelská škola v Toledu**, kteří svými překlady seznamovali středověkou Evropu 12. století s poznatky starých Řeků a Arabů z astronomie, lékařství a dalších oborů.
- Knihy z toledských knihoven překládali do latiny, čímž je zpřístupnili všem vzdělaným lidem v západní Evropě.
- **Gerard z Cremony přeložil z arabštiny celkem 87 knih.**

Gerard z Cremony 2

K jeho překladům patří zejména tyto původně řecké práce:

- Archimédův spis *O měření kruhu*

Eukleidovy Základy

- Nejznámější je jeho překlad Ptolemaiova díla *Almagest*.
- Významný je také jako překladatel Aristotelových děl.

Z Aristotela přeložil: *Analytica Posteriora* (*Druhé analytiky*),
De caelo (*O nebi*) – kosmologické pojednání,
De generatione et corruptione (*O vzniku a zániku*),
Meteorologica, Physica (*Fyzika*)

Dále přeložil tato arabská díla:

- Al Chwarizmiho *O algebře*
- Ibn Aflahovy *Základy astronomie*



Alfons X - Moudrý

- Alfonso X el Sabio
- Alfons Kastilský z Léonu
- Žil v letech 1221 – 1284.
- Sabatiniho zahrady, Madrid
- Autor sochy: Andrés de los Helgueros v letech 1750-1753.

Překladatel Aristotela – Vilém Moerbecke

- Latinských podob jeho jména je více, častá je např. **Guillelmus de Moerbeke**.
- Narodil se asi v roce 1215 ve vesnici Moerbeke (dnes v Belgii); zemřel v roce 1286 v Korintu.
- Ovlivnil intelektuální život 13. století jako překladatel z řečtiny. Překládal především Aristotela.
- Byl dominikánem, vstoupil do něj v Lovani přátelil se s Tomášem Akvinským a Witelonem.
- Cestoval do Řecka. Patrně byl členem dominikánského konventu, který byl založen v Thébách nejpozději v roce 1253.
- Okolo roku 1271 se Vilém nachází na papežském dvoře ve Viterbu, kde působí jako zpovědník a kaplan papeže.
- U papežského dvora zůstal až do rorku 1278, kdy byl jmenován **arcibiskupem v Korintu** (nově vzniklá diecéze v Argolidě, založená po 4. křížové výpravě).
- Informace o jeho životě se často zakládají na kolofónech rukopisů s překlady, které vytvořil.

Arabské překlady

- Od 9.století bylo mnoho klasických řeckých prací překládáno do arabštiny.

- Je známo min. 31 arabských překladatelů Základů!!

- Zmíním jich jen několik:

1. An- Nairizi (+ 922)

První strana **an-Nairiziho**

Codexu Leidensis 399

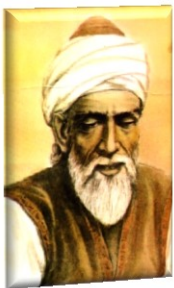
(kolem roku 900),

komentář ke 3. knize.

المقالة الثالثة من كتاب اوتليدس في الاصول

بسم الله الرحمن الرحيم

قال اوتليدس الدوائر المتساوية هي التي انطأها متساوية
والخطوط التي تخرج من مراكزها الى الخطوط المحيط بها متساوية
قال ايضاً هذا القول مبين لانه اذا كانت الاقطار متساوية فان
الخطوط الخارجة من المراكز الى المحيطات تكون متساوية لان كل
واحد من تلك الخطوط نصف القطر وظاهر لنا انه اذا كانت الخطوط
المستقيمة الخارجة من المراكز الى المحيطات متساوية فان الدوائر
تكون متساوية لان رسوم الدوائر انما يكون بالبعد الذي بين
المراكز والمحيطات الذي هو نصف الاقطار . قال اوتليدس الخط
المستقيم المماس للدائرة هو الذي اذا لامس الدائرة واخرج في
الجهتين جميعاً لم يقطع الدائرة والدوائر التي يماس بعضها بعضاً
هي التي اذا ماس بعضها بعضاً لم تتقاطع . الخطوط المستقيمة
المتساوية البعد عن المركز هي التي الاعددة الخارجة من المركز
اليها متساوية واعطىها بعداً عن المركز هو الذي العبور الخارج
اليه اعظم .⁽¹⁾



Arabské překlady 2

Abu al Wafa - Buzjani

(940-997),

jeden z největších
arabských
matematiků psal
komentář

k Základům,

ale nedokončil jej.

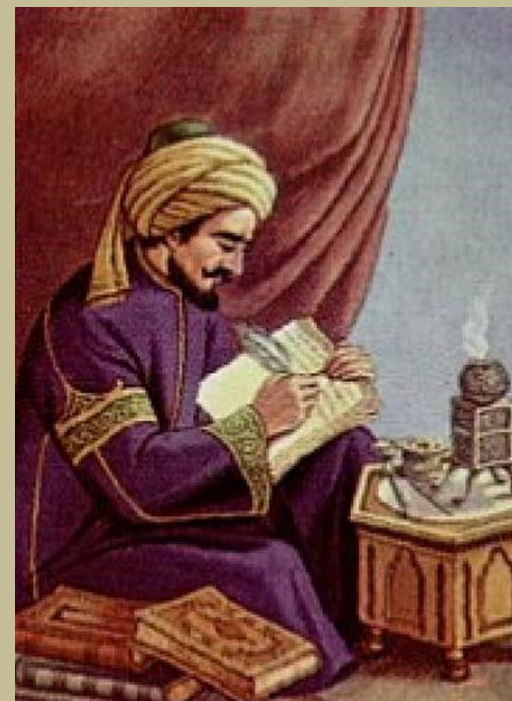
Také komentoval

Diofantovu „Aritmetiku“

Al-Kindi (+ 873),
autorem 3 děl,
které rozšiřují Eukleidovy
Základy,

Rozšířil je
o 14. a 15.
knihu.

Také se
zabýval
Archimédem.



Arabské překlady 3



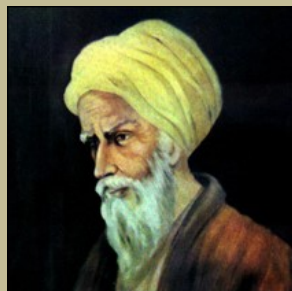
Thabit ibn Qurra

(826-901)

- Přeložil část prací Archiméda a knihy V-VII Apolloniových *Konik*.
- Revidoval překlad Eukleidových *Základů* a překlad jeho *Dat*.
- Napsal:
 - (1) *O premisách* (Axiomech, Postulátech atd.) *Eukleidových*
 - (2) *O výrocích Eukleidových*
 - (3) *O otázkách, které vznikají, když dvě přímky protíná třetí.*

Arabské překlady 4

Al-Haitham



(asi 965-1039)

- Vynikající matematik a autor komentářů k Eukleidovi.
- Inspirován Eukleidem a Apolloniem.
- Je autorem vlastních sbírek úloh z geometrie a aritmetiky.



Nasiraddin al-Tusi

(1201-1274)

Napsal :

- (1) Pojednání o postulátech Eukleidových
 - (2) Pojednání o 5. postulátu
 - (3) Principy geometrie podle Eukleida
 - (4) 105 problémů ze *Základů*.
- Také editoval editoval Eukleidova *Data*.

Český překlad Základů

- František Servít
počátek 20. století -1907
- obtížná srozumitelnost jeho překladu
- Viz přednáška po stopách Eukleidova algoritmu!
- klasický filolog
- profesor českého gymnázia na Královských Vinohradech

Clayův matematický institut a Základy v 21. stol.

- Oceňuje rukopis z Konstantinopoli z roku 888
- Je uložen v Bodleyově knihovně v Oxfordu.
- Zde uvádím rukopis uložený ve Vatikánské knihovně z 9.st.:

