Historie matematiky a informatiky 10
Matematika v 18. a 19. stol.

Alena Šolcová
KAM FIT ČVUT v Praze
26. listopadu2013

Bolzanovy analytické úvahy/ Základy matematiky očima Bernarda Bolzana:

20. 4. 2013

Alena Šolcová
Katedra aplikované matematiky
Fakulta informačních technologií
ČVUT v Praze

alena.solcova@fit.cvut.cz

Johann Heinrich Lambert (1728 -- 1777)

Nalézáme filosofy
bez jakýchkoli znalostí matematiky
a naopak matematiky
bez filosofických znalostí.
To vůbec neprospívá
ani filosofii ani matematice
a již ne vůbec pravdě.

J. H. Lambert: Anlage zur Architectonik oder Theorie des Ersten und des Einfachen in der philosophischen und mathematischen Erkenntnis, Riga 1771

Bernard Bolzano

- Nepatřil ani k prvnímu ani k druhému typu matematiků nebo filosofů z Lambertova citátu.
- Podle jeho vlastních slov:

  Moje obzvláštní záliba v matematice byla založena vlastně jen na její čistě spekulativní části, neboli cenil jsem si na ní jen to, co je současně filosofií.
  Životopis, str. 29

- V českých kulturních dějinách první poloviny 19. století zaujal zvláštní místo, přestože k tehdejší společnosti nemluvil česky. Jeho vliv přetrvával i ve druhé polovině minulého století a bolzanovská tradice pokračuje dodnes.

Matematika v Praze: kolem roku 1800

- Pražská univerzita a znalost evropské matematiky
- Znalost Leibnize, Lamberta a Kantových názorů

- Matematické zájmy Bolzanových učitelů a kolegů
- Pohled do Bolzanovy knihovny

- Bolzanovy snahy stát se profesorem matematiky pražské univerzity

- Matematika a logika očima Bernarda Bolzana
  Příspěvky ke zdůvodněnějšímu výkladu matematiky
  Widtmann 1810, Prague

- Bolzano – člen Královské české společnosti nauk od roku 1815
  - přednášky

- Atmosféra Bolzanova pražského vědeckého světa

Poznámky k matematice 18. stol.

- 1696 – markýz l'Hospital vydal první učebnici diferenciálního počtu.
- Kolem roku 1700 Johann Bernoulli – zákon velkých čísel, vzorec pro rozložení funkce v mocninnou řadu, vznik teorie diferenciálních rovnic.
- I. Newton, Jacob Bernoulli, Johann Bernoulli, markýz l'Hospital, G. W. Leibniz řešili úlohu o brachistochroně, rozvoj variačního počtu.

Poznámky k matematice 18. stol.

- 1736 – Leonhard Euler – Mechanika, dynamika bodu – základní úloha teorie grafů o procházce přes königsberské mosty
- Kolem roku 1740 – Gabriel Cramer – teorie deteminantů
- 1748 – d'Alembert „Traktát o dynamice" – teorie kmitání struny
- 1750 – Euler - základy teorie eliptických funkcí – zavedl logaritmickou funkci do oboru komplexních čísel.

Poznámky k matematice 18. stol.

- d'Alembert, Euler , Lagrange – použití funkcí komplexní proměnné k řešení problémů hydrodynamiky
- 1758 - Montucla – vydal Dějiny matematiky
- 1766 - Lambert – důkaz iracionality π

$$\operatorname{tg}(\pi/4) = 1$$

- Bézout – Kurs matematiky
- d'Alembert, Diderot – Velká francouzská encyklopedie – definice limity atd.
- Lagrange - řešitelnost algebraických rovnic
- 1790 – Laplace – teorie pravděpodobnosti

Program Gottfrieda Wilhelma Leibnize

- Program univerzální vědy
  - jednotná matematická metoda,
  - univerzální jazyk a
  - nová logika.
- Leibniz byl inspirován metodami
  - René Descarta,
  - Blaise Pascala a
  - myšlenkami Komenského.

Leibnizův program na reformu logiky

byl založený na třech požadavcích:

1. vytvoření universálního systému znaků (characteristica universalis). Universální znaky mají charakterizovat universální pojmy a jejich kombinace pak všechny ostatní znaky.
2. vytvoření logického kalkulu (calculus raciocinator), vztahujícího se na tvrzení vytvořená znaky universální charakteristiky.
3. formulaci metody usuzování (ars iudicandi), která by dovolovala rozhodnout, zda je tvrzení pravdivé nebo není.

Leibniz svou koncepci nazýval dvěma názvy:

logistica nebo logica mathematica.

Ars inveniendi

Koncepci doplňoval projektem metody objevování (ars inveniendi), která měla dvě složky:

1. kombinatoriku (syntetickou metodu) a
2. analytiku (analytickou metodu).

Z heuristického hlediska je

první složka umění nalézat problémy a

druhá znamená umění vyřešit je.

Z pohledu deduktivní výstavby systémů se pomocí analytické metody rozkládají složené pojmy na jednoduché, zřejmé.

Podobně se takto analyticky převádějí odvozené pravdy (teorémy) na prvotní pravdy (axiómy).

Dissertatio de arte combinatoria, 1666

Dědictví Leibnizovo

- Bolzano převzal podstatné naukové prvky např. je dělení představ od Leibnize.
- Zájem o „přísně“ pojmové poznání (rys, který Bolzana neopustil).

Bolzanovo studium

- hlavní škola u Panny Marie před Týnem, kreslířská škola
- 1791 - 1796 piaristické gymnasium

  Bolzano experimentuje v poezii v latině

  (o kněžně Libuši, která lká nad svou vlastí)

  Bolzanovo vlastenectví nebylo závislé na jazyce!

  seznámení s kritickou filosofií Immanuela Kanta

  (1724 Königsberg – 1804)
- 1796 - 1799 Bolzano navštěvuje filosofickou fakultu)
- Profesor matematiky Stanislav Vydra (1741) „cordatus Bohemus" Kästnerova učebnice *Anfangsgründe der Mathematik*,

  Göttingen 1758 – 1769
- Abraham Gotthelf Kästner , (1719 Leipzig - 1800 Göttingen),

  učitel Carla Friedricha Gausse
- 1799 - 1800 - Bolzano studuje vyšší matematiku - profesor Franz Joseph Gerstner (1756 - 1832)

  - úvahy o budoucím povolání – stát se knězem nebo nestát
- 1800 - 1804 – studium teologie
- 1805 - doktorát filosofie

Abraham Gotthelf Kästner (1719 – 1800)

Carl Friedrich Gauss

- o A. G. Kästnerovi:

„Byl mezi básníky velkým matematikem

a mezi matematiky velkým básníkem".

Bolzanovo první setkání s Kantem

- 18 let - Kant a jeho **Kritik der reinen Vernunft**.
- Důležitá inspirace pro vývoj jeho názorů.
- J. A. Stoppani, Bolzanův přítel a spolužák *„Kants Nahmen lernte ich zuerst aus Ihrem Munde kennen“*. (Bolzano Stoppanimu, 1835, 13. srpna, viz:

  Winter, E.: *Ueber die Perfektibilität des Katholicismus*, Berlin 1971).
- Robert Zeithammer rekonstruoval seznam Bolzanovy četby z pramenů dnes již neznámých. Kantova Kritika praktického rozumu (**Kritik der praktischen Vernunft)** byla jedna z položek tohoto seznamu.

Vliv Immanuela Kanta

- Bernard Bolzano se shodou okolností narodil v roce vydání Kantovy Kritiky čistého rozumu - 1781,
- Kant Bolzanovi neimponoval.
- Později zaujal ke Kantově filosofii kritické stanovisko.

  Kantova filosofie je pouze záležitostí pojmů,

  kdežto matematika má oporu v apriorních názorových formách času (aritmetika) a prostoru (geometrie).
- Kantova logika, na rozdíl od Leibnizova pohledu měla zůstat aristotelská bez velkých změn.

  Místo s matematikou spojoval Kant logiku spíš s teorii poznání.

Bolzanův profesionální vývoj

- 1804 – první matematická práce

  Betrachtungen über einige Gegenstände der Elementargeometrie
- 1804 - Konkursy

  1. uvolněné místo profesora elementární matematiky - ne
  2. nové místo profesora náboženské vědy (Religionslehre) - ano

- 1805 - 15. dubna – Bolzano zahájil své učitelské působení na univerzitě

  Povinnosti:

  1. Přednášet pro všechny studenty univerzity (3letý kurs náboženské vědy) podle doporučené učebnice biskupa Jakoba Friedricha Frinta, císařského zpovědníka

  2. Exhorty o nedělích a svátcích (asi 1000 exhort v průběhu 15 let)

  Erbauungsreden für Akademiker, 1813
- 1807 – potvrzen na místě profesora náboženské vědy
- 1810 - *Beyträge zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik, Caspar* Widtman, Prag

Bolzano zahájil hledání vnitřní souvislostí mezi matematikou a logikou.

Bolzanovi učitelé

- 1797 – 1799 Bolzano – filosofický kurs, viz Bolzanův vlastní životopis
- Jeho učitelé : logika, metafysika, etika - **Karl Heinrich Seibt**
  elementární matematika - **Stanislav Vydra**
  fyzika - **Franz Schmidt**
  biologie a technologie - **Vincenc Blaha**.

Poslední dva učitelé byli velice laskaví - podle Bolzanových vzpomínek.
Praktická matematika - **Franz Anton Herget**
Vyšší mathematika - **Franz Joseph Gerstner**

- Bolzano se začal zabývat matematikou velmi brzy. Používal velmi známou a velice rozšířenou učebnici **Kästnerovo Compendium** jako i úvod do matematiky (tlumočený a doporučovaný Stanislavem Vydrou).

- Bolzana zajímala speciálně spekulativní část matematiky. Nebyl spokojen s přednáškami Stanislava Vydry, který pravděpodobně přednášel bez podrobných a přesných důkazů.

Stanislav Vydra 1741 – 1804

- Člen jesuitského řádu od roku 1757, kněz
- Český vlastenec – hrdina románu Aloise Jiráska
- Od roku 1772 - profesor matematiky na pražské univerzitě
- Jako učitel elementární matematiky četl přednášky v latině, němčině a češtině, tvořil novou terminologii
- 1789-1799 - děkan filosofické fakulty
- 1800 – rektorem univerzity
- Autor první české učebnice algebry: *„Počátkové arythmetiky“,*
  která také obsahuje části kombinatoriky, pravděpodobnosti a aplikovanou matematiku.

Karl Heinrich Seibt (1735-1806)

- koncepce “die schönen Wissenschaften”, kterou zavedl ve své inaugurační přednášce „Von dem Einflusse der schönen Wissenschaften auf die Ausbildung des Verstandes …“
- Seibtovy úvahy byly rozšířeny o „die schönen Wissenschaften” a byly vysvětlovány na mnoha německých evangelických univerzitách.

Vyšší matematika a Gerstner

- Gerstner připravill program přednášek a rozdělil jej do tří let
- 1. rok – Euler: úvod do analýzy, integrální počet
- 2. rok – mechanika a hydraulika podle Karstena
- 3 . rok – optika a teoretická astronomie podle francouzského astronoma de Lalanda.
- V tomto roce Bolzano studoval zároveň první rok teologii.
- Bolzano ukončil standardní dvouletý plán vyšší matematiky za jediný rok.
- Gerstner podporoval talentovaného žáka s velkým zájmem a četl Bolzanovy první mathematické texty. Pravděpodobně v tuto dobu pozval Gerstner Bolzana do své matematické knihovny.

Franz Joseph Gerstner (1756 – 1836)

Z Českých Budějovic (Jižní Čechy) do Lince (Horní Rakousko).

- Zakladatel pražské polytechniky, 1806 podle l'Ecole polytechnique v Paříži.
- Navrhl první koňskou dráhu v Rakousku.
- Zakladatel teorie vln.

Gerstnerova teorie vln

- 1802 Gerstner byl první, kdo formuloval základy teorie vln .
- Ve svých pozorováních popisoval, jak se vodní kapky pohybují v kruzích. Voda na vrcholu vlny se pohybuje ve směru vlny a voda v nejnižším bodě vlny se pohybuje v opačném směru.
- Experimentoval na jihočeských rybnících.
- Tato teorie má dodnes hodně aplikací v různým prostředích:

  voda (oceánské vlny),

  země (seismické vlny - zemětřesení),

  elektromagnetické pole (radiové vlny),

  vzduch (zvukové vlny) etc.
- Studium nebylo snadné, protože např. oceánské vlny nejsou přesně sinusoidální nebo jiné čistě matematické křivky .

Bernard Bolzano

Bolzanova budoucnost - matematik nebo teolog?

- Stále se však nemohl rozhodnout o budoucnosti.
- Vycházel přitom od nejvyššího mravního zákona (ukládajícího člověku povinnost řídit se vždy a všude zákonem obecného blaha), zkoumal z jeho hlediska všechna povolání, která pro něho připadala v úvahu, jejich prospěšnost pro společnost, nároky a povinnosti a porovnával je se svými schopnostmi i nedostatky.
- Aby vyloučil ze svého rozhodování pokud možno subjektivní prvek, přibral ke svým úvahám několik přátel. Popsal mnoho archů papíru a dospěl až na okraj nervového vyčerpání. Výsledek zněl - teologie.

Konkursy

Konkurs na katedru matematiky byl vyhlášen 6. září, 1804.

- 25. října , 1804 - profesor Gerstner připravil zkoušky pro dva kandidáty
  - Bernard Bolzano a Josef Ladislav Jandera,

  žák oslepléhо profesora Stanislava Vydry.
- Gerstner připravil 9 otázek z doporučené Kästnerovy učebnice , zemské presidium z nich vybralo 3 a poslalo je zpět studijnímu řediteli v zalepené obálce. Písemné zkoušky začaly v 9 hodin.

  Všichni profesoři filosofické fakulty se účastnili. Kandidáti pracovali celý den. Jandera skončil práci v půl čtvrté a Bolzano ukončil v 6 hodin.

- Další den 26. října pokračovali ústní zkouškou.
- Téma jejich zkoušky byla 14. věta Kästnerovy geometrie : *Rovnoběžníky mezi rovnoběžkami nad stejnou základnou mají stejný obsah.*
- Každý z kandidátů měl asi půl hodiny na výklad. Bolzano šel víc do hloubky, ale nedodržoval přesně Kästnerův postup. V posloupnosti důkazu použil teorii podobnosti trojúhelníků v jiném pořadí než Kästner - dříve.

Vítěz konkursu

- Joseph Ladislav Jandera, premonstrát, byl vítězem konkursu .
- Komise sestávající z profesorů pražské filosofické fakulty napsala *"Jandera má lepší hlas pro přednášení ".*

  Byl doporučen starým respektovaným profesorem Stanislavem Vydrou.
- Jandera strávil na fakultě jako profesor elementární mathematiky polovinu století. Napsal jedinou učebnici, nepsal vědecké práce. Byl pravděpodobně dobrý učitel.
- Bolzano a Jandera zůstali přáteli do konce života.

- Bolzano náleží k intelektální posloupnosti matematiků:

  Stepling, Tessanek, Vydra, Gerstner -> Bolzano

Bolzanova soukromá knihovna

- Kästner, Abraham Gotthelf: *Anfagsgründe der angewandten Mathematik*, Göttingen 1769 - 1794, 10 svazků
- Bolzano, Bernard: *Leben Franz Joseph Ritters von Gerstner ... beschreiben von Dr.B. Bolzano ...,* Prag 1837, 75 B 745
- Joseph Stepling, Johannes Tessanek – klasické práce vydané v Praze
- Wydra, Stanislaus: *Sätze aus der Mechanik, die ...der angewandten Mathematik vorzutragen pflegt Stanislaus Wydra*, Prag 1795, 75 B 141
- Bartels Johann Martin Christian: *Disquisitiones quatuor ad theoriam functionum analyticarum pertinentes* ...Dorpati, 1822, 75 B 350
- L. Euleri: *Opuscula varii argumenti,* Berolin, 1746, 166 pages
- Euler, Leonhard. *: Lettres de M. Euler a une princesse d'Alemagne...* Nouvelle édition, Avec des Additions, par MMle Marquis de Condorcet et De La Croix, Tom 1,2,3 - 1787 - 1789, Ex libris!
- Euler, Leonhard: *Vollständige Anleitung zur Differenzial-Rechnung,* Aus Lateinischen übersetzt und mit Anmerkungenund Zusätzen begleitet von Andreas Christian Michelsen, Berlin Lagarde 1790 - 1793

2 Gerstnerova díla

- Gerstner, Franz Joseph: *Einleitung in die statische Baukunst von Franz Gerstner,* Prag, Normalschul-Buchdruckerei 1789, 75 B 738
- Gerstner, Franz Anton (son of Bolzano's teacher) : *Lehrgegenstände der practischen Geometrie am k.k. polytechnische Institute, nach dem Lehrplane desselben bearbeiten und vorgetragen von Franz Anton Ritter von Gerstner*, Wien 1818, 67 pages, 75 B 99

Bolzanova soukromá knihovna 2

- Kulik, Jacob Phillip: *Untersuchungen über die Kettenbrüchenlinie.* Mit 2 Steintafel, ...75 B 705 (special print from Abhandlungen)
- Lacroix, Silvestr Francois: *Handbuch der Differential und Integral Rechnung* ...Berlin Realschulbuchhandlung, 1817, 75 B 264
- Lacroix, Silvestr Francois: *Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung ...,* Erfurt 1818, 75 B 387
- Lagrange, Joseph Louis, comte: *Theorie der analytischen Functionen, in welcher die Grundsätze der Differentialrechnung vorgetragen werden, unabhängig von Betrachtung der unendlich kleinen oder verschieden Grössen der Grenzen oder Fluxionen, und Zurückgeführt auf die algebraische Analysis*. Aus dem Französischen übersetzt von Johann Phillip Crüson (?), Berlin Lagarde 1798 - 1799, two volumes, 75 B 656
- Lagrange, Joseph Louis, comte: *Lecons sur le calcul des fonctions,* nouvelle édition, Paris 1806
- Moth, Fr. X.: *Die Lagrange'schen Relationen dargestellt von Fr. X. Moth*, Prag Schönfeld 1829, 75 A 8
- Lambert, Johann Heinrich: ... 2 volumes with notes, 75 B 548
- Ohm, Martin: 3 volumes
- Hallaschka, Franz Cassian: *Elementa eclipsium ...1816* (+ next 3 volumes)
- Vlacq, Adrian: *Tabellen der Sinuum Tangentium und Secantium: Wie auch der Logarithmorum Vor der Sinus Tangentes, Und die Zahlen von 1. bis 10000*. In Ordnung gebracht durch Adrian Vlacq. Amsterdam 1716, 75 C 222, 48 pages
- Vorpahl, Karl Ludewig: *Versuche für die Vervollkommung der Philosophie. Erster, zweiter und dritter Versuch, die Methaphysik, Poesie und Mathematik betreffend,* Berlin 1811, 75 C 14, 15, 140 pages
- Wagner, L.: *Grundriss der reinen allgemeinen Logik zum Gebrauch fü Vorlesungen auf Gymnasien und gelehrten Schulen herausgegeben von L.H. Wagner,* Hof 1806, 75 C 139, (notes), 75 C 106 (many notes), 212 str.

Bolzanova soukromá knihovna 3

- Weingaertner, Johann Christoph: Textbook - Combinatorial Analysis, Leipzig 1800-01 (2 volumes)
- Bolzano interested in Kant' philosophy yet in fourties , see Weisse, 75 B 29
- Wendel, Johann Andreas: *...skeptische Logik oder Darstellung der vermeintlichen Wissenschaft der Logiker von ihrer schwachen Seite, vornehmlich in Hinsicht auf Begriff, Satz and Schluss,* Coburg - Leipzig 1819, 96 pages, 75 B 22
- Whewell, William: *Geschichte der inductiven Wissenschaften, der Astronomie, Physik, Mechanik, Chemie, Geologie etc. von der frühesten bis zu unserer Zeit.* Nach dem Englischen des W. Whewell, mit Anmerkungen von J.J. Littrow ...Stuttgart 1840-1841, 75 B 540 (3 volumes)
- Willing, Friedrich Adolf Hennig: *Wissenschaft der Mathematik nach heuristisch-genetischer Methode,* Berlin 1838, 75 B 373 (1st volume – operations with real numbers)
- Wittstein, Theodor*: Neue Behandlung des mathematisch-psychologischen Problems von der Bewegung einfacher Vorstellungen, welche nach einander in die Seele eintreten. Zugleich als Beitrag zu einer schärferen Begründung der mathematischen Psychologie Herbart's,* Hannover 1845, (notes), 75 B 727
- Papers of Wolff (Christian Wilhelm Friedrich August)

  for instance *Cosmologia generalis,* Fracofurti- Lipsiae 1731, 1737
- Wurstisen, Christian: *Theoricae novae planetarum Georgii Purbachii Germani. ...Quaestiones vero in Theoricas Planetarum Purbachii, authore Christiano Urstisio Basil. aedem forma damus. ...*Basileae 1569, 75 C 431
- Wroński - Hoené, Józef Maria: *Introduction a la philosophie des mathématiques, et technie de l'algorithmie,* Paris 1811, 75 B 755 (notes), brochure
- Young, John Radford: *The Elements of the Differential Calculus; comprehending the General Theory of Curve, Surfaces and of Curve of Double Curvature,* London 1831, 75 B 199
- Fechner papers

Rané matematické práce Bolzanovy

- 1804 – *Betrachtungen über der einige Gegenstände der Elementargeometrie*
- 1810 – *Beyträge zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik*
- 1816 – *Der binomische Lehrsatz …*
- 1817 – *Rein analytischer Beweis des Lehrsatzes …*
- 1817- *Die drey Probleme der Rectification, der Complanation und der Cubirung …*

Konec působení na univerzitě

- 1822 - předloženo 122 článků, vybraných

z exhort, z nichž se měl zodpovídat

- 1823 - 1841 zázemí v Těchobuzi
- 1825 - vyzván k jednoznačnému odvolání se skrytou pohrůžkou internace
- zásah Josefa Dobrovského - rozhodl se zveřejnit případ
- v zahraničí - dopis biskupovi J. Frintovi
- spor se rozplynul do ztracena

Nálady studentů

Ať potlačí jen hloupý stát
Muže, jenž Čech je, největší vlastenec,
Tak možno spící šálit snad,
Však moudrým k prospěchu to bude nakonec
Bolzano jest a bude velikán,
byť sebe hůř byl osudem zlým štván.

Postoj českých vlastenců

Nevinný Hus v osidla jejich upadl,
upadl pravdu milující Rousseau,
a - Bolzano - můj božský učitel padl,
ach, padl.

Čelakovský Kamarýtovi

Umnice, pravdomysliwosť,myslitelstwo

- Gest nauka pořádného, nebo prawého myšlenj
- Myslitelstva aučel a neydůležitější prawidla umnická
- BB: O logice, faksimile překladu Františka Šíra z časopisu Krok 1831, Památník národního písemnictví, Praha 1981
- Etwas aus der Logik – studijní pomůcka pro bratra Petra (+1818), synové knížete Schwarzenberga

Prawidlo 1. - 20.

- Krátkost, snadnost, přjgemnost,wtrausenj užitečných poznamenánj atd.

17. *Přjgemná gest to we přednášenj proměna, někdy toho i přirozenost pravdy požaduge, aby se prawda, kterau přednášjme, neyprwé zřetedlně wyslowila, potom důkazy stwrdila; někdy zase aby se prawda se čtenářem gako wyhledáwala, a newyslowila se dřjwe, ažby wšechno to z čeho wypleywá, bylo wyswětleno; t. g. aby důkaz prawdu předcházel.*

Některá těžká znamenj, že důkaz je křiwý

a) Když přjliš mnoho dokazuge, …
b) Když se w důkazu wšech wýmjněk ku prawdě potřebných neužilo, …
c) Gest-li w dowodu naskytau se pogemy mnohem složeněgšj neb okresu mnohem menšjho, než pomět sady dowoditelné, …

Bod 14.

Čeho se máme varovat v důkazech

a) Abychom neznatno něčeho zcela giného nedokazowali, nežli gsme si předewzali dokázati.
b) Abychom w důkazu to, čeho dokázati máme, za podpověď (podsadu) nebrali t. g. gako wygednané nepokládali a w důkazu kolem chodili.

Čeho se máme varovat v důkazech II

c) Abychom se, (má-li důkaz wědným býti) neodwoláwali ani na takowau prawdu, která pro sebe ač gasná, při lepšjm zkaumánj předce patrně se zakládá genom na té, kteráž nynj práwě má dokázána býti.

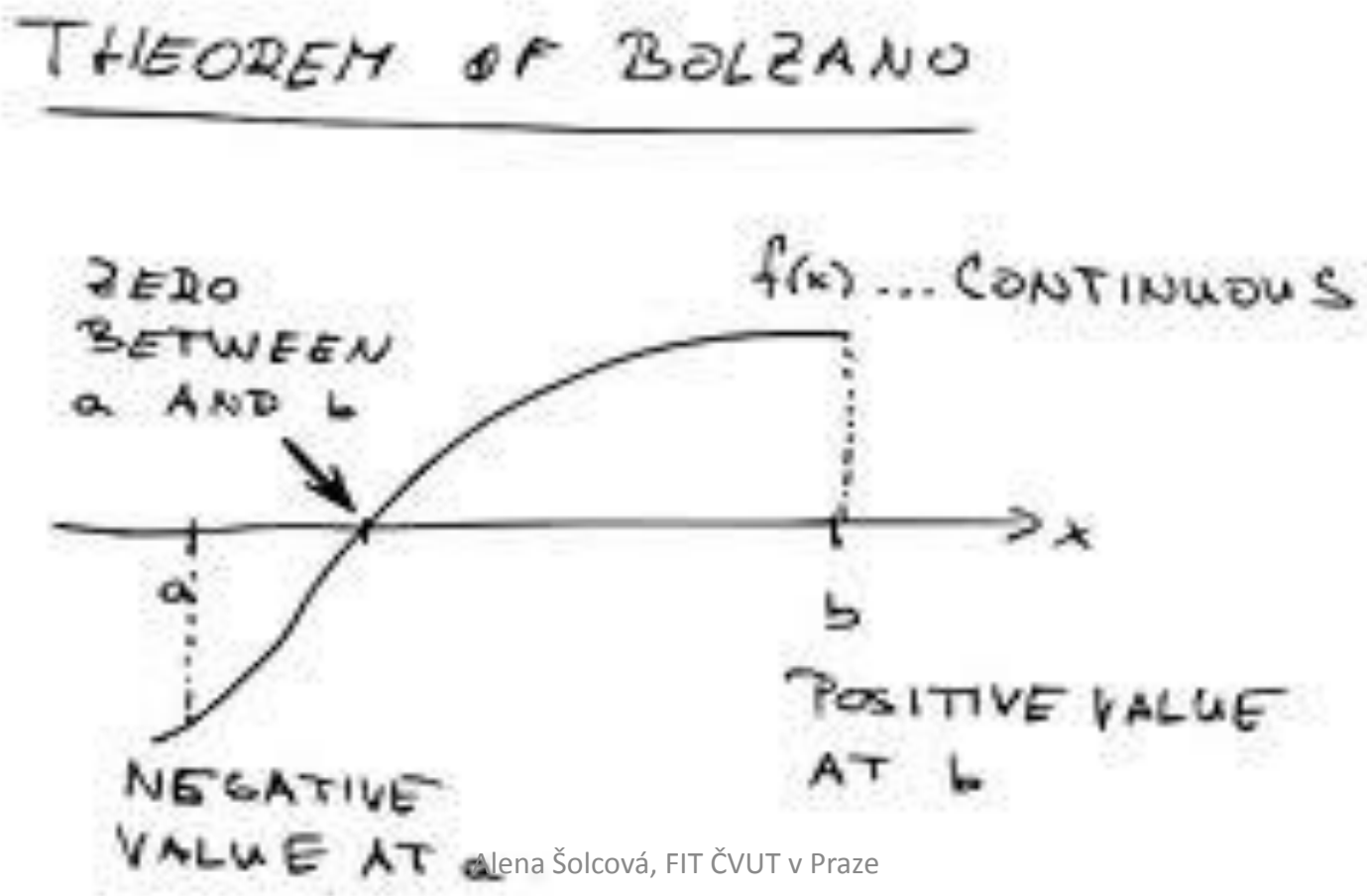
d) Abychom něčeho za přjčinu nebrali, co wlastně s prawau přjčinau gen spogeno; n. př. Kdo by ku kwětině přiwoněw nápotom powstalé hlawy bolenj tomu zápachu přičjtal, co nikoliw od toho, ale spjše od shýbánj pocházelo.

Bolzanovo Vědosloví

- Historický význam - *Vědosloví* - živým prvkem v tradici moderní formální logiky, matematiky a teorie vědy.
- Bolzano - nedostatečné formální propracovanosti logiky a matematiky ve své době.
- Podle Bolzana byla tato zanedbanost způsobena Kantovým autoritativním prohlášením, že je to od dob Aristotelových ,,ukončená věda".
  - ❑ Bolzanova osamělost.
- Současná interpretace Bolzanova díla
  - ➢ Bolzana vyložit jeho vlastními pojmy a termíny,
  - ➢ pomocí pojmů a termínů současné logiky či matematiky.
- Vydání Vědosloví proběhlo prakticky bez ohlasu, několik málo recenzí na dílo si na nátlak svých žáků napsal Bolzano sám.

Bolzanova věta o překročení řeky

Nechť funkce f je spojitá na uzavřeném intervalu [a, b] a platí f(a).f(b) < 0.
Potom existuje bod c v intervalu (a, b), ve kterém je hodnota funkce f nulová.



Bolzanův pomník

Pomníkem jeho nejkrásnějším a nejtrvalejším jest,
že svobodné pohybování ducha v naší vlasti
jest namnoze plod semen,
která on rozséval.

Karel Havlíček Borovský

22. 12. 1848 Národní noviny

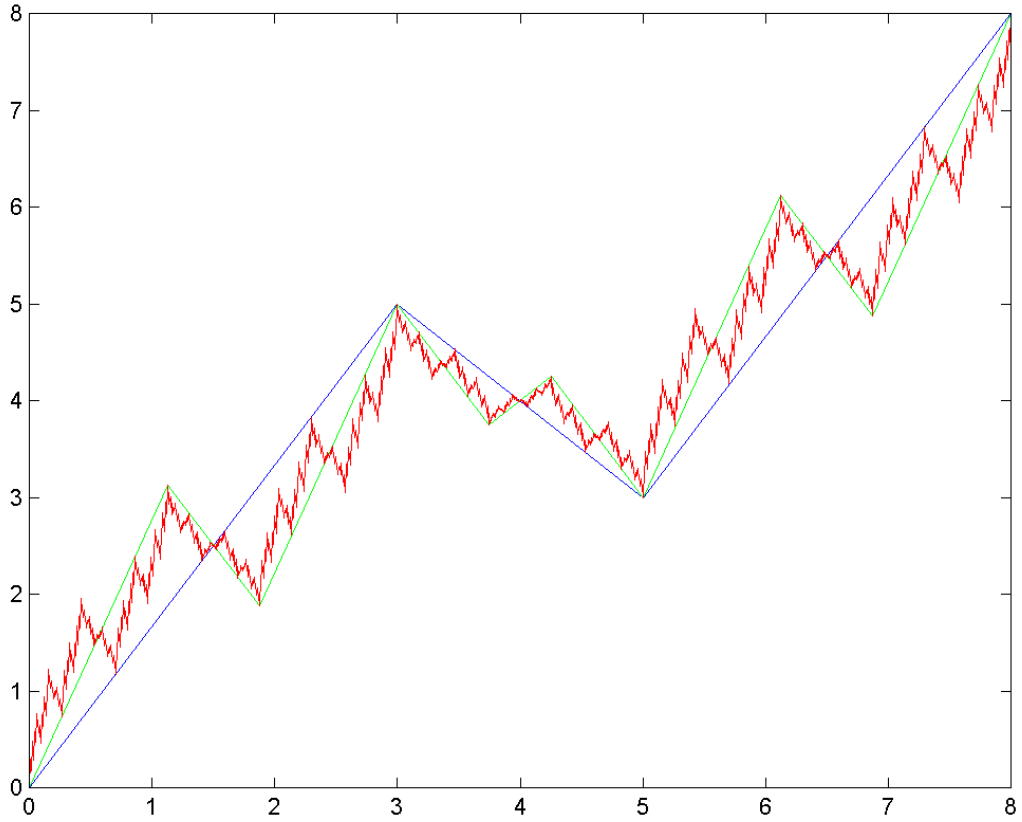
Bolzanův odkaz

- Bolzano – člen Královské společnosti nauk od 1815
- 1841 – přednášky na zasedáních KČSN
- Christian Doppler, profesor praktické matematiky pražské Polytechniky

  O barevném světle dvojhvězd (*On Coloured Light of Double Stars*), 1842
- Franz Xaver Moth (1802-1879), Bolzanův přítel, vyučoval na vídeňské univerzitě
- Společnost českých vlastenců – rodina historika Františka Palackého a Františka Ladislava Riegera, jeho zetě a

  rodina prvního profesora matematiky v české řeči Františka Josefa Studničky na Karlo- Ferdinandově univerzitě, etc.
- Např. 1881: Studnička organizoval oslavy 100. výročí Bolzanova narození a vydal český překlad Bolzanovy práce *"Rein analytischer Beweis des Lehrsatzes, zwischen je Werthen, die ein entgegegesetztes Resultat gewähren , wenigstens eine reelle Wurzel der Gleichung liege, 1881* (*Ryze analytický důkaz ...*, v Časopise pro pěstování mathematiky a fysiky , ČPMF – časopis JČMF. Jednota byla založena v 1862 jako první vědecký spolek v Rakousku-Uhersku).

Bolzanova funkce bez derivace




```
function [a,b]=bolzano(x,y);

n=length(x);
a(1)=x(1);
b(1)=y(1);
for i=2:n
   x0 = x(i-1);
   y0 = y(i-1)
   dx = x(i)-x(i-1);
   dy = y(i)-y(i-1);
   a = [a, x0 + 3/8*dx, x0 + 5/8*dx x0 + dx];
   b = [b, y0 + 5/8*dy, y0 + 3/8*dy y0 + dy];
end
```

Bolzanův odkaz 2

- Příhonský – Paradoxy nekonečna 1851
- Frant. Studnička, Emil Weyr – korespondence – rukopisy v Univ. Knihovně ve Vídni - kufr
- Martin Jašek – studium rukopisů ve Vídni, podpora - T. G. Masaryk
- Karel Petr, Vojtěch Jarník, Jan Vojtěch – bolzanovská komise
- 1981 – 200. výročí Bolzanova narozeni
- Steve Russ – Mathematical papers
- web UI AV ČR, Alena Šolcová, web DML

Poznámky k matematice 19. století

- 1812 – 1821 - Gauss, Bolzano, Cauchy – základy teorie konvergence řad
- 1812 – Pierre S. Laplace, 1827 – Simon Poisson – důkazy prvních limitních vět v teorii pravděpodobnosti
- 1820 – 1824 – Ch. Babbage – práce na počítacím stroji – funkcionální rovnice
- 1816 – W. Bessel – Besselovy funkce
- 1828 – August F. Moebius – *„Barycentrický kalkul“*
- 1828 – Niels Abel - Abelovo kriterium pro konvergenci řady, řešení rovnice 5. stupně
- 1830 – 1832 – Galois – teorie grup
- 1832 – Janos Bolyai – neekleidovská geometrie *„Appendix“*
- 1833 – 1834 – W. R. Hamilton – rozvoj variačního počtu, kvaterniony
- 1844 – Grassmann – *„Ausdehnugslehre“* – lineární algebra

Poznámky k matematice 19. století - 2

- 1858 – Arthur Cayley – teorie matic
- 1869 – Karl Weierstrass – teorie funkcí komplexní proměnné
- 1872 – Sophus Lie - Lieovy grupy – spojitost a algebra
- 1873 – Charles Hermite – transcendentnost čísla e
- 1874 – Georg Cantor – nespočetnost množiny reálných čísel
- 1883 – 1887 – Georg Cantor – vznik teorie množin
- 1890 – Giusseppe Peano – axiomy přirozených čísel
- 1899 – David Hilbert *„Základy geometrie“,* souvislost mezi algebrou a geometrii

Před poslední rekonstrukcí, Olšany