



# CVIČENÍ Z MATEMATICKÉ LOGIKY

ALENA ŠOLCOVÁ

KATEDRA APLIKOVANÉ MATEMATIKY, FIT ČVUT V PRAZE

[ALENA.SOLCOVA@FIT.CVUT.CZ](mailto:ALENA.SOLCOVA@FIT.CVUT.CZ)

# ÚVOD - 1. CVIČENÍ

- Zdravím Vás na prvním cvičení z matematické logiky. Budeme se takto scházet jednou za čtrnáct dní.
- Přípravte si poznámkové bloky a zkoušejte hledat odpovědi na otázky samostatně.
- Zkoušejte řešit další úlohy. Buďte v kontaktu s přednáškou.
- Ozvěte se s dotazy a podněty, buď hned při cvičení nebo mailem na moji adresu: [alena.solcova@fit.cvut.cz](mailto:alena.solcova@fit.cvut.cz)

## CO JE VÝROK?

- . Venku prší.
- . Číslo pět je liché.
- . Html je programovací jazyk.
- . Dva plus tři je šest.
- . Bude zítra pršet?
- . Zelená barva je nejkrásnější.
- . V příštím týdnu bude na horách sněžit.
- . Hnědá barva je příliš tmavá.
- . Venku nesněží.
- . Karel IV. se holil elektrickým holicím strojkem.

## B. FORMALIZACE SLOŽENÝCH VÝROKŮ (UVAŽUJTE O PRAVDIVOSTNÍ HODNOTĚ UVEDENÝCH VÝROKŮ).

1. Budu bydlet na koleji a dojíždět domů za 14 dní.
2. Budu bydlet v soukromí nebo na koleji.
3. Jestliže nedostanu pokoj na koleji, budu bydlet v soukromí.
4. K experimentům se užívají bílé myšky.
5. Není-li myš optická, chytáme ji do pasti.
6. Voda mrzne, je mráz.
7. Na obloze není ani mráčku, svítí hvězdičky.
8. Číslo je dělitelné třemi, když je ciferný součet dělitelný třemi.
9. Číslo je dělitelné sedmi, je-li ciferný součet dělitelný sedmi.

## B. FORMALIZACE SLOŽENÝCH VÝROKŮ \_2 (UVAŽUJTE O PRAVDIVOSTNÍ HODNOTĚ UVEDENÝCH VÝROKŮ).

10. Mapu lze vybarvit čtyřmi barvami, když je mapa rovinná.
11. ČVUT má sedm nebo osm fakult.
12. Je-li medvěd bílý, je to lední medvěd.
13. Medvídek pandu je z části bílý a z části černý, je tedy z části lední medvěd.
14. Je to tak, jak to je.
15. Zkoušku složí ten a jen ten, kdo má minimálně 50 bodů.

# SLOŽENÉ VÝROKY A JEJICH NEGACE

Název operace	Formule	Negace	Formálně negace	Poznámky k negaci
Konjunkce	A a zároveň B	Neplatí A nebo neplatí B.	$\neg A$ nebo $\neg B$	Dualita mezi konjunkcí a disjunkcí
Disjunkce	A nebo B	Neplatí žádné z A, B.	$\neg A$ a zároveň $\neg B$	
Implikace	$A \Rightarrow B$	A platí a zároveň B neplatí.	A a zároveň platí $\neg B$	<b>Neplatí jen v jednom případě!</b>
Ekvivalence	$A \Leftrightarrow B$	A a zároveň negace B nebo negace A a zároveň B.	A a zároveň $\neg B$ nebo $\neg A$ a zároveň B	Neplatí, když prvotní výroky mají různé pravdivostní hodnoty.

# FORMALIZACE SLOŽENÝCH VÝROKŮ

- Prvotní výroky jsou čtyři:

Mám hlad ( $H$ ), jsem ospalá ( $O$ ), nudím se ( $N$ ), je mi zima ( $Z$ ).

- Zapište jako formule výrokové logiky:

1 Když mám hlad, je mi zima.

2 Když se nenudím, nejsem ospalá.

3 Jsem ospalá jen, když se nudím.

4 Když je mi zima, mám hlad, a když mi není zima, nemám hlad.

5 At' je mi zima nebo mi není zima, stejně nemám hlad.

6 Ani nemám hlad, ani mi není zima, ale nudím se a jsem ospalá.

# OSTROV POCTIVCŮ A PADOUCHŮ 1

- Ostrov poctivců a padouchů.
  - a) Dejme tomu, že  $A$  řekne:  
"Já jsem padouch, ale  $B$  ne."

Co jsou  $A$  a  $B$ ?

b)  $A$  řekne:

"Pokud  $B$  je poctivec, pak jsem padouch." Co jsou  $A$  a  $B$ ?



OSTROVAN **A** TVRDÍ:

„ALESPON JEDEN ZNÁS JE PADOUCH“.

KDO JE KDO?

A	B	$\neg A \vee \neg B$	$A \Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$
1	1	0	0
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
0	1	1	0
0	0	1	0

## OSTROV POCTIVCŮ A PADOUCHŮ 2

c) Tentokrát jsou tři -  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .

$A$  prohlásí:

"Všichni jsme padouši."

$B$  řekne: "Právě jeden z nás je padouch."

Lze určit, co jsou  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ?

d)  $X$  a  $Y$  byli popohnáni před soud pro účast na loupeži. U soudu svědčí  $A$  a  $B$ .

$A$ :

"Je-li  $X$  vinen, pak je vinen i  $Y$ ."

$B$  řekne:

"Bud' je  $X$  nevinen, nebo je  $Y$  vinen." Mají  $A$  a  $B$  stejnou povahu?

# OSTROV POCTIVCŮ A PADOUCHŮ 3

e) Rozšířila se pověst, že je na ostrově poklad.

Přijedete tam a ptáte se A, je-li na ostrově poklad?

Odpoví vám:

"Je zde poklad právě tehdy, když jsem poctivec."

Je A poctivec nebo padouch? Je na ostrově poklad?

f) Potkal jsem dva, kteří odpočívali pod stromem.

Zeptal jsem se:

"Je mezi vámi poctivec?"

Odpověděl a já znal správnou odpověď na svou otázku.

Kdo byl ten, kterého jsem se zeptal?

A co ten druhý?

# TAUTOLOGIE, SPLNITELNÁ FORMULE, KONTRADIKCE

Výroková formule  $A$  je

- **tautologie**, jestliže pro každé ohodnocení  $v(A)$  platí  $v(A) = 1$ ,
- **splnitelná**, jestliže pro některá ohodnocení  $v(A)$  platí  $v(A) = 1$
- **kontradikce**, jestliže pro žádné ohodnocení  $v(A)$  neplatí  $v(A) = 1$

# PŘÍKLADY 1

- Rozhodněte, zda se jedná o tautologie, kontradikce či pouze splnitelné formule.

Nejprve to zkuste odhadnout! Ověřte tabulkou!

a)  $(P \wedge Q) \Rightarrow P$

b)  $\neg(P \wedge \neg P)$

c)  $(P \Rightarrow R) \wedge (P \wedge \neg R)$

d)  $P \Leftrightarrow \neg P$

e)  $(P \Rightarrow Q) \wedge (\neg R \vee R)$

f)  $(P \wedge R) \Leftrightarrow (P \Leftrightarrow R)$

g)  $P \Rightarrow \neg P$

h)  $P \Rightarrow (Q \Rightarrow (R \Rightarrow P))$

# VZTAHY MEZI LOGICKÝMI OPERACEMI

- *Najdete ekvivalentní formuli  $A \vee B$  obsahující pouze negaci a konjunci.*

$$A \vee B \Leftrightarrow \neg (\neg A \wedge \neg B)$$