Historie matematiky

2021

Doc. RNDr. Alena Šolcová, Ph.D.
Katedra aplikované matematiky
FIT ČVUT v Praze

Pýthagorás ze Samu, 6. stol. př. n. l.

- Mýtická osoba? Antický Jára Cimrman?

- Pýthagorovi učitelé - Thalés a mladší Anaximandros.
- Kolem roku 535 př. n. l. se vydal do Egypta.
- Asi 525 př. n. l. se dostal do vězení, byl poslán do Babylónu.
- Asi 520 návrat na Samos
- Cestoval na Krétu studovat zákony, pak založil „filosofické společenství“.
- Asi 518 odešel do jižní Itálie, do Krotónu,
  kde se stal představitelem tajné společnosti.
  - **Realita má matematický charakter.**
  - **Členové společnosti jsou loyální a neprozrazují žádná tajemství.**

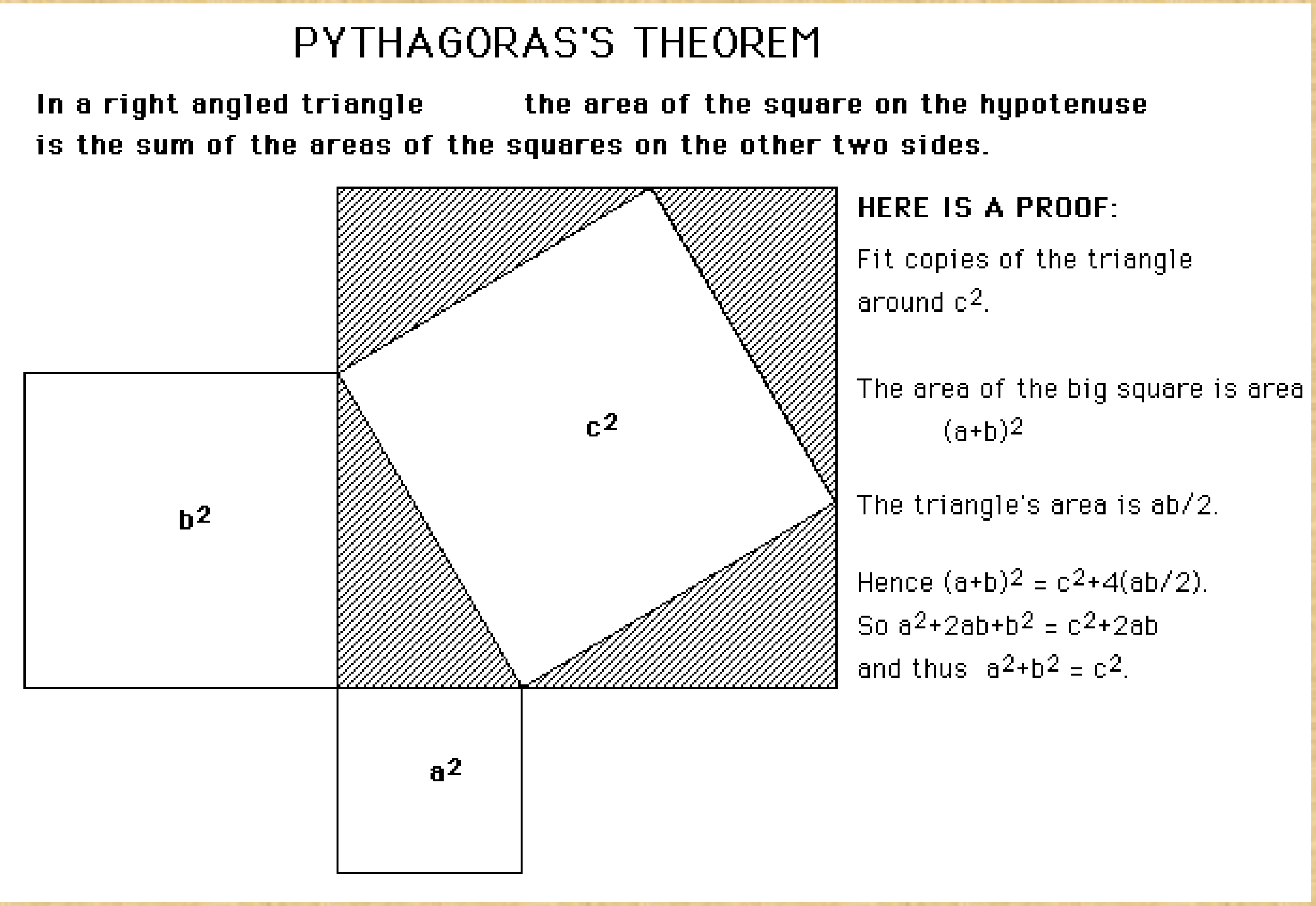
Co se připisuje Pýthagorovi?

- **Součet úhlů v trojúhelníku je roven dvěma pravým úhlům.**
- Pýthagorejci také znali zobecnění:
  Mnohoúhelník s *n* stranami má součet vnitřních úhlů 2*n* - 4 pravých úhlů a součet vnějších úhlů je roven 4 pravým úhlům.
- **Pýthagorova věta** (Kolik je známo důkazů?)
- **Konstrukce útvarů dané plochy a geometrická algebra.**
  Např. řešení rovnice $a\,(a - x) = x^2$ geometrickými prostředky, algebraické identity.

Co se připisuje Pýthagorovi? - 2

- **Objev iracionálních čísel.**
- **5 pravidelných těles**,
  pravděpodobně uměl zkonstruovat první 3.
- V astronomii Pythagoras učil,
  že **Země je koule ve středu „našeho vesmíru“.**
  Také poznal, že
  dráha Měsíce je blízká rovníku Země
  a že **Venuše v roli Večernice je stejný objekt jako Jitřenka.**

Pýthagorovci a pýthagorejci



Důkazů Pýthagorovy věty je známo více než 300.

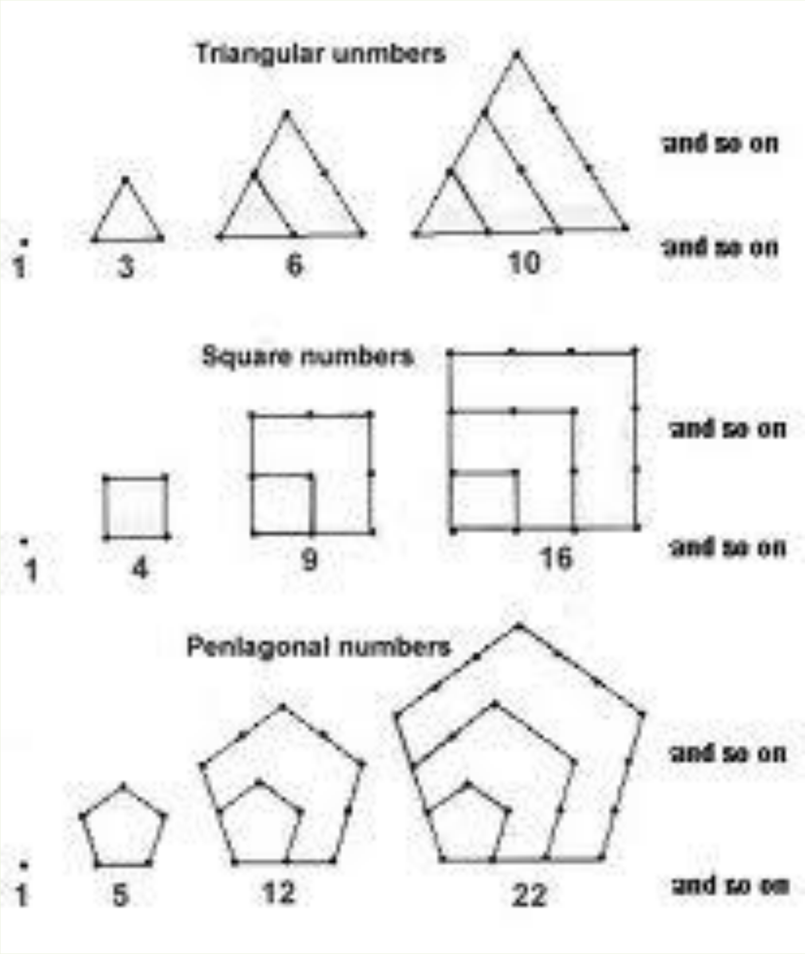
Pýthagorejci a prvočísla

- Pýthagorejci zkoumali mystické a numerologické vlastnosti čísel.
- Zavedli pojem **prvočíselnosti** (primality), **dokonalého** (perfect) čísla a **spřátelených** (amicable) čísel.
  Dokonalé číslo – součet vlastní dělitelů je číslo samo , např. 6 má vlastní dělitele 1, 2 a 3 a 1 + 2 + 3 = 6, 28 má dělitele 1, 2, 4, 7, 14 a 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28.
  Dvojice spřátelených čísel např. 220 a 284 (součet vlastních dělitelů jednoho čísla je roven druhému a naopak.

3 poznámky o prvočíslech

- V Eukleidových Základech kolem roku 300 př. n. l., je dokázáno několik výsledků o prvočíslech.
  V 9. knize Eukleidés dokazuje, že je nekonečně mnoho prvočísel – nepřímý důkaz - sporem.
  Eukleidés také dokazuje tzv. **Základní větu aritmetiky**:
  Každé přirozené číslo lze vyjádřit jako součin prvočísel jediným způsobem.
- Eukleidés také ukazuje, že je-li číslo tvaru $2^n - 1$ prvočíslo, pak číslo $2^{n-1}(2^n - 1)$ je dokonalé.
  Matematik Euler (v roce 1747) *dokázal, že všechna* sudá dokonalá čísla mají tento tvar.
- **Dodnes nevíme, zdali existují nějaká lichá dokonalá čísla.**
- Kolem roku 200 př. n. l. Řek Eratosthenes z Alexandrie zavedl *algoritmus* pro výpočet prvočísel - *Eratosthenovo síto.*

Figurální čísla



- Trojúhelníková čísla

(aplikace ve pražském orloji)

- Čtvercová čísla

- Pětiúhelníková čísla (pentagonální)

2000 let staré problémy

Ukázka toho, čím se matematici zabývali:

- ***Racionální číslo může být vyjádřeno ve tvaru zlomku 2 přirozených čísel.*** *Dokažte, že √2 není racionální číslo.* Poznámka: Potřeba zabývat se √2 vznikla přirozeným způsobem v zeměměřictví a tesařských technikách.
- ***Prvočíslo je kladné celé číslo větší než 1, které má pouze dva dělitele: sebe sama a číslo 1.***

  Dokažte, že existuje nekonečný počet prvočísel.
- **Poznámka:** V současnosti se velká prvočísla ukazují jako velmi užitečná v informatice.

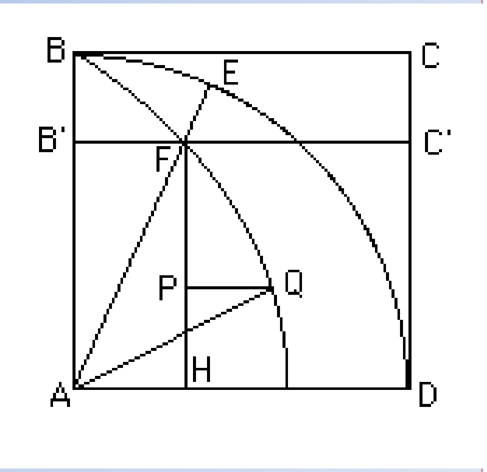
Klasické antické problémy

- **Kvadratura kruhu**
  (Squaring the Circle, Quadrature of the circle)
- **Trisekce úhlu**
  (Trisecting an Angle)
- **Zdvojení krychle**
  (Doubling the Cube, Duplicating the Cube)

Kvadratura kruhu – 5. stol. př. n. l.

Úloha: *Najděte pomocí kružítka a pravítka čtverec, který má stejný obsah jako daný kruh.*

- Anaxagoras (499 – 428) - úlohu řešil ve vězení
  „Slunce není božské a Měsíc odráží sluneční světlo.“
- Hippokratés z Chiu (470 – 410) - první rovinná konstrukce
- Antifón (480 – 411) a Bryson
  (2. pol. 5. st.) vepisovali a opisovali mnohoúhelníky
- Hippiás z Élidy, (cca 460 – cca 400) a
- Deinostratés (390 – 320) – použili křivku kvadratrix



Kvadratura kruhu - 2

- Pappos z Alexandrie (cca 290 - cca 350)
- Jan Marek Marci z Kronlandu (1595 – 1667)

  pojednání Labyrint – 20 různých metod

---

2. pol. 19. stol.

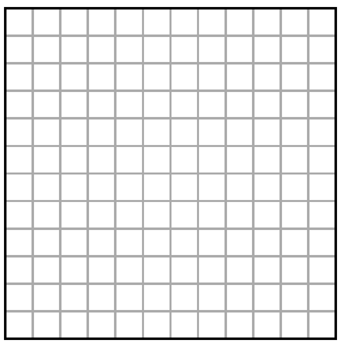
$$a^2 = \pi r^2$$

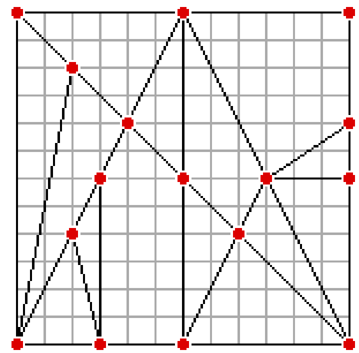
- Carl F. von Lindemann, 1882:

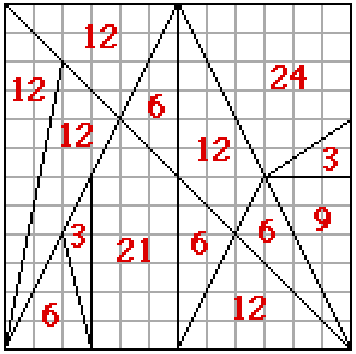
  π je transcendentní číslo.

Konstrukce čtverce o stejném obsahu jako je daný kruh je nemožná! Pouze aproximace.

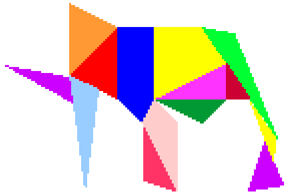
Stomachion







Dva fragmenty popisu hry – řecký a arabský jsou jsou připisovány Archimédovi. Řecký fragment je z 10. století a byl nalezen v Konstantinopoli v roce 1899.



Hra se skládá ze 14 dílů a cílem je vytvořit z dílů různé tvary, např. slona.
V arabském rukopisu je popsána konstrukce a výpočty obsahu jednotlivých dílů.
Dnes se k tomuto výpočtu užívá Pickovy věty.

Stomachion a Pickova věta

Arabský rukopis také obsahuje výpočty obsahů jednotlivých částí stomachionu. Jsou v poměru obsahu celého čtverce 12 x 12 = 144 j^2

1 : 48 (2 části o velikosti 3 j^2)

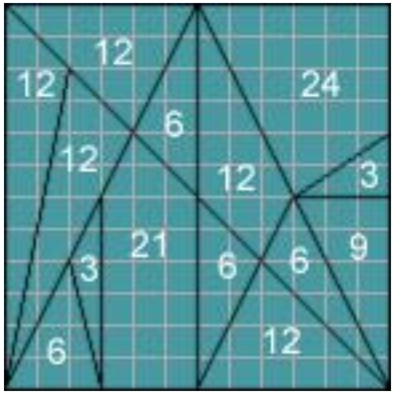
1 : 24 (4 části o velikosti 6 j^2)

1 : 16 (1 část o velikosti 9 j^2)

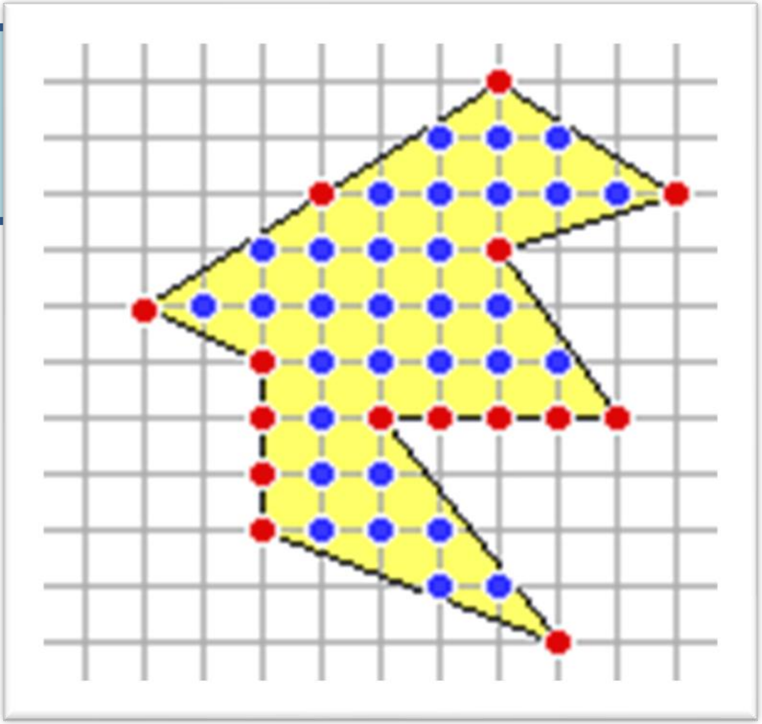
1 : 12 (5 části o velikosti 12 j^2)

7 : 48 (1 část o velikosti 21 j^2)

1 : 6 (1 část o velikosti 24 j^2).



Pickova věta



- $P(x) = I + B/2 - 1$, kde
  I je počet vnitřních síťových bodů (x)
  B je bodů na obvodu obrazce (x)

- Pickova věta je pojmenována po svém objeviteli.
  rakouský matematik, **profesor pražské univerzity**
  Georg Alexander Pick (1859-1942).
- Georg Pick
  „Geometrisches zur Zahlenlehre”
  Sitzungber. Lotos, Naturwissen Zeitschrift
  Prague, **19** (1899), 311-319.

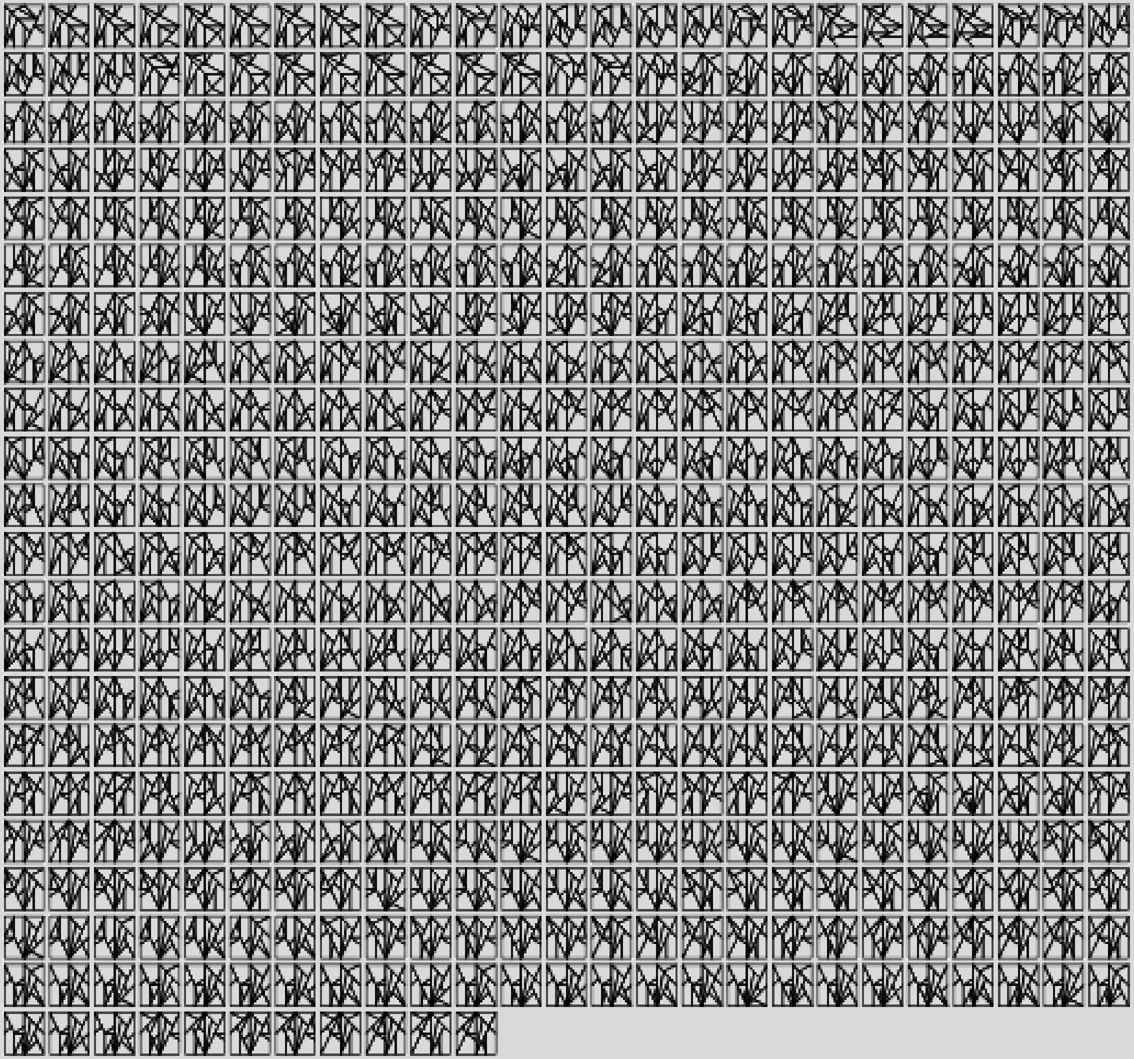
Stomachion v 21. století

- V listopadu 2003 –
- **Bill Cutler** ukázal,

  že je

  536 možností uspořádání dílů do čtverce, etc.

- Studium dalších vlastností hry pokračuje.



Důkazy a rozšíření Pickovy věty

W. W. Funkenbusch
"From Euler's Formula to Pick's Formula using an Edge Theorem"
The American Mathematical Monthly
Volume 81 (1974) pages 647-648

Dale E. Varberg

"Pick's Theorem Revisited"
The American Mathematical Monthly
Volume 92 (1985) pages 584-587

Branko Grünbaum and G. C. Shephard
"Pick's Theorem"
The American Mathematical Monthly
Volume 100 (1993) pages 150-161

Alexander Bogomolny
"Cut-the-Knot" web site
A Proof of Pick's Theorem
http://www.cut-the-knot-org.ctk/Pick_proof.shtml