

Historie matematiky

Úvod

2021

Doc. RNDr. Alena Šolcová, Ph.D.
Katedra aplikované matematiky
FIT ČVUT v Praze

Historie matematiky

Cíle předmětu (stručně):

- seznámit se s historickým vývojem matematiky a objevovat důsledky tohoto vývoje ve školské matematice,
- porozumět roli a postavení matematiky v historickém vývoji společnosti,
- orientovat se v základních myšlenkových směrech matematiky minulosti i současnosti a analyzovat historický a filosofický vývoj matematiky v kontextu současnosti a nejbližší budoucnosti.

Jak by nás tento předmět mohl obohatit?

Měli bychom dokázat:

1. popsat transfer matematických poznatků v čase i prostoru,
2. vysvětlit původ klíčových pojmů školské matematiky,
3. porovnat historická odvození některých vět školské matematiky se současnými školskými postupy,
4. vysvětlit podstatu jednotlivých krizí matematiky a jejich důsledky,
5. popsat jednotlivé zlomové okamžiky v dějinách matematiky, vysvětlit jejich důsledky pro další vývoj matematiky a pro její vyučování.

Předběžný program předmětu -1

- Periodizace, nejstarší období dějin matematiky
Význam historie matematiky, Kolmogorovova periodizace dějin matematiky.
Prehistorie, matematika ve starověku (Egypt, Mezopotámie; Čína a Indie, etnomatematika). Matematika v antickém Řecku.
- Matematika v islámských zemích a ve středověké Evropě.
- Matematika v 16., 17., 18. a 19. století,
- Směry vývoje v matematice 20. století a ve vyučování matematice,
- Přehled vývoje české matematiky
- Matematika ve starověkém Řecku

Kapitoly z antické matematiky

- Počátky řecké přírodní filozofie a matematiky.
- Pýthagorás ze Samu a jeho škola.
- Objev nesouměřitelnosti a jeho důsledky, první krize matematiky, východiska z krize.
- Klasické úlohy řecké matematiky: kvadratura kruhu, trisekce úhlu, zdvojení krychle, "nepovolená" řešení klasických úloh.

- Problémy s nekonečnem, Zénónovy aporie.
- Eudoxos a jeho exhaustivní metoda. Eudoxova teorie proporcí.
- Archimédés ze Syrákús, těžiště, obsahy, objemy.
- Eratosthenés, měření Země.

- Apollónios z Pergé – Kóniky.
- Klaudios Ptolemaios - Almagest.
- Diofantos a jeho Aritmetika.
- Pappos a jeho Matematická sbírka.

Vybraná témata školské matematiky

- Obsah, objem. Vybrané planimetrické věty.
- Vývoj aritmetiky. Goniometrie. Kuželosečky.
- Středověké početní algoritmy. Odmocniny. Logaritmy.
- Rozvoj matematické symboliky.
- Eukleidův algoritmus a jeho aplikace, řetězové zlomky.

Vývoj matematiky 16. – 20. století

- Axiomatizace matematiky, Eukleidés, Archimédés. Galileiho program. Typy axiomatizací matematiky.
- Hilbertův program,
- Bourbakisté
- Gödelovy věty o neúplnosti.
- Hledání kořenů polynomiálních rovnic: kubická a kvartická rovnice.
Řešitelnost v radikálech, vznik teorie grup.
- Komplexní čísla.
- Počátky teorie pravděpodobnosti.
- Počátky analytické geometrie.
- Infinitezimální počet: předchůdci Newtona a Leibnize, Newton a Leibniz, Euler, Cauchy, Riemann, Weierstrass, aritmetizace matematické analýzy.

Aritmetika, algebra a geometrie

- Rozvoj aritmetiky a teorie čísel: Fermat, Euler, ideály.
Neeukleidovské geometrie: pokusy dokázat pátý Eukleidův postulát, objev neeukleidovských geometrií (Gauss, Bolyai, Lobačevský).
- Riemannovo pojetí geometrie.
- Kleinův Erlangenský program.
- Vznik a vývoj lineární algebry.
Determinanty, vektorové prostory, matice.
- Vznik teorie množin: předchůdci Cantorovi, Georg Cantor, antinomie teorie množin.
- Formalizace číselných oborů. Rozvoj aritmetiky.

Kapitoly z filosofie matematiky

- Strukturalismus v matematice.
- Filosofie matematiky:
logicismus, formalismus, intuicionismus,
princip permanence,
- Kategorie pravdy v matematice.

Co je matematika?

- Matematika - **studium struktur** (vzorů, modelů)
- Matematik vytváří matematickou teorii, studuje modely reality, abstrahuje, zjednodušuje je, hledá vlastnosti objektů:
strukturu a vztahy, symetrii, opakovatelnost atd.
- **Rozlišuje mezi realitou a modelem reality.**
- Často se zabývá teoriemi bez ohledu na skutečný svět a tyto teorie mají často aplikace v reálném světě.

Co je matematika?

- Obor, který se hojně používá v dalších oborech
- **Nástroj**
- **Jazyk, způsob myšlení**
- **Hledání pravdy, platnosti či neplatnosti hypotéz**

Většina lidí si myslí, že matematika znamená pouhé zacházení s čísly, ale tito lidé se mýlí.

Řekneme-li,
„matematika se zabývá studiem čísel“
podobně můžeme říci, že
zoologie se zabývá studiem žiraf“.



Antická tradice v Evropě

- **Thalés z Mílétu** (v rozmezí 640 – 545 př. n. l.)
- **Pýthagoras** (6. stol. př. n. l.)
- **Platón** (327 – 347 př. n. l.), žák Sókratův

Platónova Akademie, dialog Tímaios

Aristotelés (384 – 322 př. n. l.), Organón

Eratosthenés z Kyrény (3. st. př. n. l.)

Eukleidés – Základy (Elementa Stoicheia)

Apollónios z Pergy (kolem 200 př. n. l.)

Archimédés (287 – 212 př. n. l.)

Ptólemaios (kolem let 100 – 150 n. l.)

Diofantos (3. stol. n. l.), Alexandrie



2000 let staré problémy

Ukázka toho, čím se matematici zabývali:

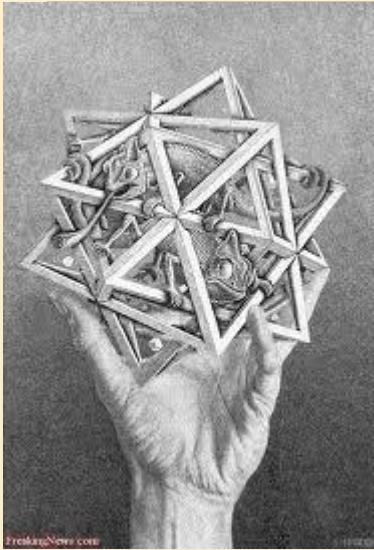
- *Racionální číslo může být vyjádřeno ve tvaru zlomku 2 přirozených čísel. **Dokažte, že $\sqrt{2}$ není racionální číslo.***

Poznámka: Potřeba zabývat se $\sqrt{2}$ vznikla přirozeným způsobem v zeměměřictví a tesařských technikách.

- *Prvočíslo je kladné celé číslo větší než 1, které má pouze dva dělitele: sebe sama a číslo 1.
Dokažte, že existuje nekonečný počet prvočísel.*

Poznámka: V současnosti se velká prvočísla ukazují jako velmi užitečná v informatice.

Krása v matematice



Krása je pojem subjektivní. Ti, kteří se zabývají matematikou, v ní nalézají svoji představu krásy.

Krása uspořádání

Krása matematického výsledku

Krása důkazu

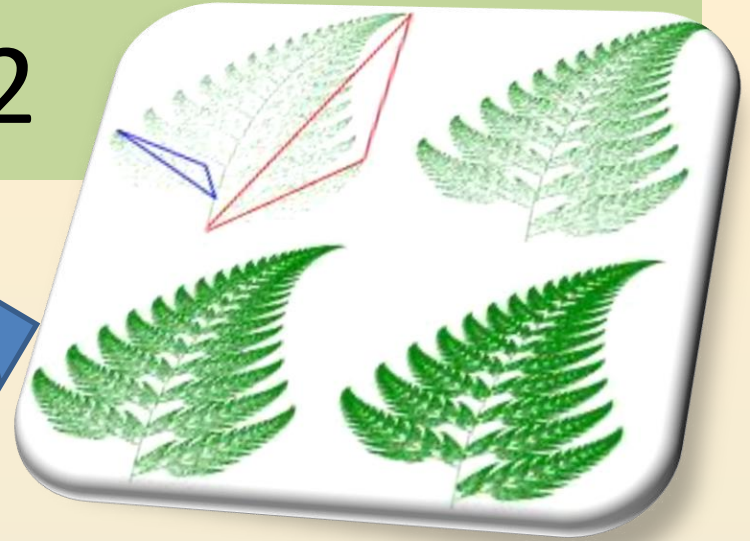
Krása matematických objektů



Maurits Cornelius Escher



Krása v matematice 2



Nejkrásnější matematická formule

Eulerova identita

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

e - Eulerovo číslo, základ přirozených logaritmů,

i - imaginární jednotka, $i^2 = -1$,

π - poměr obvodu kružnice k průměru

Leonhard Euler, 18. století

Co je to historie?

- Dějiny, historie **x** dějepis, historiografie
- Časová linie, **uspořádání dat**
- **Prameny: primární, sekundární**
- Orální tradice = ústní tradice
- Historie – stories - příběhy
- **Objektivita x subjektivní přístup**
- **Historické metody**
- Jak pracovat na historických objevech?
- **Hledání příčin, souvislostí ...**

K programu našeho předmětu

Antika, Pýthagoras etc.

Klasické algoritmy

Encyklopedie matematiky, Eukleidés.

Matematika nejstarších civilizací – příklad – Čína, Indie.

Metody řešení rovnic a středověk.

Počátky novověku a matematické společnosti v Evropě

Kapitoly z teorie čísel – Výpočet data velikonoce (Gauss)

Příklady témat 1

- 1. Úvod. Problémy a metody historie matematiky a informatiky.
- 2. Matematika v nejstarších civilizacích. Numerace. Číselné soustavy.
- 3. Encyklopedie antiky: Eukleidovy Základy. Matematika v období helénismu.
- 4. Nejstarší výpočetní pomůcky. Archimédés a stomachion, Pickova věta.

Příklady témat 2

- 5. Řešení rovnic a jejich soustav. Matematika v renesanci.
- 6. Typy důkazů: Metoda nejmenšího sestupu, matematická indukce. Fermatovy objevy.
- 7. Descartova Rozprava o metodě a analytická geometrie. Matematika na počátku novověku.
- 8. Počátky infinitezimálního počtu. Wilhelm G. Leibniz a I. Newton. Problémy s nekonečnem.

Příklady témat 3

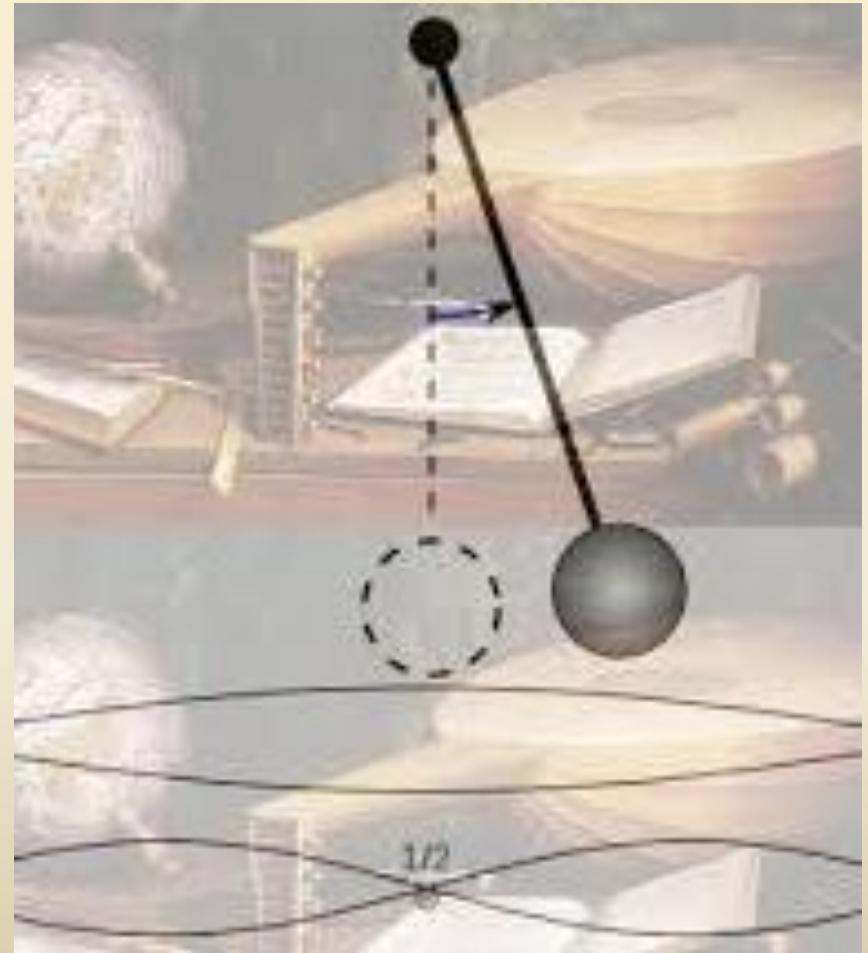
- 9. Variační metody a optimalizace. Výpočty drah planet a malých těles sluneční soustavy a metoda nejmenších čtverců.
- 10. Nejstarší mechanické kalkulátory. Charles Babbage a Ada Lovelace.
- 11. Rozvoj kombinatoriky a diskrétní matematiky. Gaussova teorie čísel a její další vývoj.
- 12. Aproximace, rychlost konvergence a počítače. Alan Turing a koncepce algoritmu.
- Počátky a vývoj kryptografie, matematika a informatika 20. a 21. století

Matematika – jazyk přírody

Matematika vznikala jako **jeden z nástrojů poznávání reálného světa** a sama se stala **metodou (nástrojem) přírodovědeckého poznávání a jeho výkladu.**

Galileo Galilei píše:

**Filosofie je napsána v té velké knize, která je stále otevřená před našima očima. Myslím jí vesmír. Tuto knihu však nepřečteme dokud nepoznáme její řeč a abecedu.
Byla napsána matematikou.**



Hlavní období vývoje matematiky (periodizace)

- 1. Období **tvorby elementárních matematických pojmů**
(Od prehistorické doby do 6. st. před n. l.)

- 2. Období matematiky **konstantních veličin**

- a. Období vytváření deduktivní matematiky
(Řecko od 6. st. před n. l. do 4. st. n. l.)

- b. Období elementární matematiky ve středověku
(Završeno v Evropě na konci 16. st.)

- 3. Období matematiky **proměnných veličin**
(Od 17. st. po zač. 19. st.)

- 4. Období matematiky **zobecněných kvantitativních a prostorových vztahů**
(Od 1. pol. 19. st. do současnosti)

Pro tuto poslední etapu se uvažuje, zda 2. pol. 20. století už nevytváří opět další období, které se sice nevymyká dostatečně široké charakteristice 4. období pokud jde o předmět matematiky, ale v metodách je už značně ovlivněno kybernetikou, informatikou, teorií her apod.

Kolokvium

- **Podmínky:** 1. semestrální práce
a její prezentace 60 %
2. test (10 otázek po 4 bodech) 40 %

(Je třeba získat nejméně polovinu bodů,
ze 40 možných, tedy dvacet bodů)

- Účast při konzultacích, i když budou on-line, doporučuji. Na slidy nelze umístit vše.
- Zkoušejte řešit dobové úlohy, které vám předám. Je důležité pro porozumění způsobu myšlení našich předchůdců.
- **Volba témat semestrálních prací. Návrhy témat mně zašlete mailem na adresu: Alena.Solcova@fit.cvut.cz**
- Webpage našeho předmětu : <http://alenasolcova.cz/vyuka> ...

Literatura - výběr

1. Šolcová, A.: ***Kapitoly z historie matematiky a informatiky***, Česká technika – Nakladatelství ČVUT, Praha, 2017
2. Chabert, J.-L. et al: ***A History of Algorithms. From the Pebble to the Microchip***, Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1999
3. Křížek, M., Somer, L., Šolcová, A.: ***Kouzlo čísel, Od velkých objevů k aplikacím***, Academia, Praha, 2018, 3. vydání.
4. **<http://MacTutor Archive of History of Mathematics>**
5. Schroeder, R. M.: ***Number Theory in Science and Communication***, Springer, Berlin, 2006.
6. Křížek, M., Luca, F., Somer, L.: ***17 Lectures on Fermat Numbers: From Number Theory to Geometry***, Springer, New York, 2001